

PRÓBAÉRETSÉGI • 2004. május

--	--	--	--	--	--	--

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINT

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ



Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől eltérő színű tollal kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található téglalapok közül az elsőben a feladatra adható pontszám van, a javító által adott pontszám a mellette levő téglalapba kerül.
- Kifogástalan megoldás esetén elég a megfelelő maximális pontszám beírása a téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes *részpontszámokat* is írja rá a dolgozatra.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól *eltérő megoldás* születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább *bonthatók*. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél *kevésbé részletezett*.
- Ha a megoldásban *számolási hiba*, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- *Elvi hiba* esetén, egy gondolati egységen belül a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban az elhibázott részt egy újabb részkérdés követi, és a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.
- Egy feladatra adott megoldások közül csak egy (a magasabb pontszámú) értékelhető.
- A megoldásokért jutalompont (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) nem adható.
- A vizsgadolgozat I. részében kitűzött feladatok esetében elég a helyes választ megadni, amennyiben a feladat szövege nem rendelkezik másképp. A javítás során azt az eredményt, illetve megoldást kell figyelembe venni, amit a vizsgázó az erre a célra szolgáló keretbe írt. Ha ott esetleges hibás megoldás áthúzása miatt nem maradt hely a vizsgázó által helyesnek ítélt válasz számára, akkor figyelembe vehető a kereten kívül szereplő helyes válasz is.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért nem jár pontlevonás, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- Ha a pontozási útmutató a feladat ellenőrzéséért pontot ad, akkor az csak abban az esetben adható meg, ha a vizsgázó valamilyen formában írásban rögzíti az ellenőrzés tényét. (Itt minden elvileg helyes módszer elfogadható.)
- A vizsgafeladatsor II/B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, melynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani, csak a többi feladatot. Ha ezen előírások alapján a javító számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a *nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz*.

I.

1.		
A szavazók száma: 900.	2 pont	<i>Ha az $1200 \cdot 0,75$ szerepel, de a szorzást rosszul végzi el, akkor 1 pont jár.</i>
Összesen	2 pont	

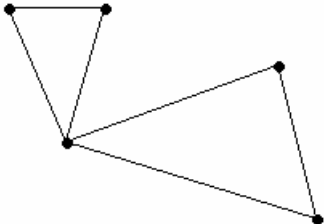
2.		
Az első helyre hárman ülhetnek, a másodikra már csak ketten, a harmadikra pedig egy lehetőség van.	2 pont	<i>Ha csak a szorzatot ($3 \cdot 2 \cdot 1$) írja le, akkor is jár a két pont. Az összes eset felsorolása is jó indoklás. Ha csak négy vagy öt lehetőséget sorol fel, akkor 1 pont jár.</i>
A lehetséges sorrendek száma: 6.	1 pont	
Összesen	3 pont	

3.		
A függvény értékészlete: $f(x) \geq 3$.	2 pont	<i>Más jelölés is elfogadható. Ha az egyenlőségjel hiányzik, akkor 1 pont jár.</i>
Összesen	2 pont	

4.		
A felezőpont koordinátái: $F\left(\frac{3}{2}; -1\right)$.	2 pont	<i>Ha csak az egyik koordináta jó, akkor 1 pont jár.</i>
Összesen	2 pont	

5.		
Az egyenlőtlenség megoldáshalmaza: $[2; 7]$.	2 pont	<i>Ha más módon adja meg a megoldást, akkor is jár a 2 pont. Ha nyílt vagy félig nyílt intervallumot ad meg, akkor 1 pont jár.</i>
Összesen	2 pont	

6.		
A helyes válasz: B (módusz).	2 pont	<i>Ha több választ is ír, akkor nem jár pont.</i>
Összesen	2 pont	

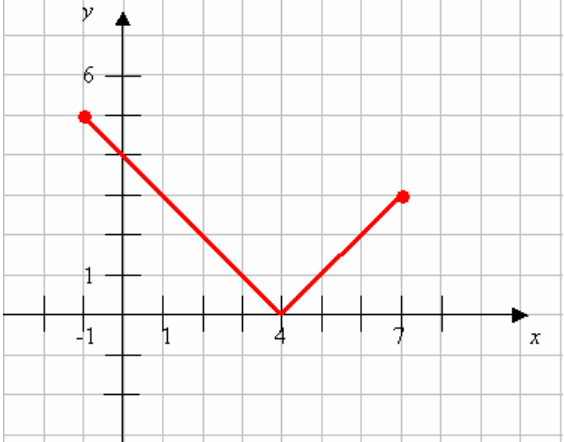
7.		
	2 pont	
Összesen	2 pont	

8.		
A diplomások száma: 40 000.	2 pont	39000 és 42000 közötti értékek elfogadhatók.
Összesen	2 pont	

9.		
a) Ábrázolás számegeyenesen.	2 pont	Ha csak a két megadott intervallumot ábrázolja jól, akkor 1 pontot kap.
b) A két intervallum metszete: $[0; 3[$.	1 pont	
Összesen	3 pont	

10.		
Az állítás tagadása a D válasz.	3 pont	Ha több választ is ír, akkor nem jár pont.
Összesen	3 pont	

11.		
A derékszögű háromszög átfogója: $2 \cdot 8,5 = 17$.		Thalesz-tétel alkalmazása.
Az átfogó 17 cm.	2 pont	
A befogó: $17^2 - 2,6^2$	1 pont	Pitagorasz-tétel alkalmazása.
A befogó 16,8 cm.	1 pont	
Összesen	4 pont	Ha valamelyik vagy mindkét mértékegység hiányzik, akkor összesen 3 pont jár.

12. 	3 pont	<i>Ha az $x \mapsto x - 4$ függvényt ábrázolja, akkor 1 pontot kap. Ha a függvényt a megadottnál bővebb intervallumon ábrázolja, akkor 2 pontot kap.</i>
Összesen	3 pont	


II/A

13.		
a)		
$\frac{90}{120} \cdot 100 = 75\%$	2 pont	<i>Ha csak a végeredményt írja le, akkor is 2 pont jár.</i>
Összesen	2 pont	
b)		
A boltban 1200 Ft-ot kell fizetni.	1 pont	
A piaci bevásárlás $10 \cdot 90 + 40 \cdot 21 = 1740$ Ft-ba kerül.	1 pont	<i>Ha valaki csak 20 km-rel számol, akkor ez a pont nem jár.</i>
Nem érdemes autóval a piacra menni.	1 pont	
Összesen	3 pont	
c)		
$120x > 90x + 840$	1 pont	
$x > 28$	1 pont	
28 kg-nál több alma esetén érdemes a piacra menni.		
Összesen	2 pont	<i>Ha 20 km úttal számol, vagy megengedi az egyenlőséget, akkor is jár a 2 pont.</i>
d)		
A negyedik napra maradt: $200 - 52 - 40 - 68 = 40$ kg alma.	1 pont	<i>Az egyenlőség felírása nélkül is jár a pont.</i>
30% nyereség esetén a bevétel: $200 \cdot 80 \cdot 1,3 = 20\,800$ Ft.	1 pont	
Az eddig eladott mennyiség után a bevétel: $52 \cdot 120 + 40 \cdot 110 + 68 \cdot 100 = 17\,440$ Ft	1 pont	
Ha x forintért adja a megmaradt alma kilóját, akkor: $20\,800 = 17\,440 + 40x$	1 pont	
$x = 84$		
Tehát kilónként 84 Ft-ért kell árulni a megmaradt almát.	1 pont	
Összesen	5 pont	
14.		
a) $x \mapsto 3^x$ ábrázolása.	3 pont	
Összesen	3 pont	
b)		
$2 \cdot 3^x \cdot 3 = 27 - 3^{2x}$	2 pont	
$3^{2x} + 6 \cdot 3^x - 27 = 0$	2 pont	<i>A másodfokú egyenlet felírásáért 4 pont jár.</i>
A másodfokú egyenlet megoldásai:		
Vagy $3^x = 3$,	1 pont	
azaz $x = 1$.	1 pont	
Vagy $3^x = -9$,	1 pont	
ebből nem adódik megoldás.	1 pont	
Az eredeti egyenletnek az $x = 1$ megoldása.	1 pont	<i>Ellenőrzés.</i>
Összesen	9 pont	

15.		
a)		
	1 pont	
Az MDC és az MAB háromszögek hasonlóak, mert megfelelő szögek páronként egyenlők:	1 pont	<i>Ha a hasonlóságot nem indokolja, akkor is jár a pont.</i>
$\frac{y}{4,8} = \frac{y+3}{7,2}$	2 pont	
$y = 6$ A DM szakasz 6 cm.	1 pont	<i>Csak a mértékegységgel együtt jár a pont.</i>
Összesen	5 pont	

b)		
A két háromszög hasonlóságának az aránya:		
$\lambda = \frac{4,8}{7,2} = \frac{2}{3}$	1 pont	
A területek aránya:		
$\lambda^2 = \frac{4}{9} = \frac{t_{MDC}}{t_{MAB}}$	2 pont	
$\frac{4}{9} = \frac{t_{MDC}}{t_{MDC} + T}$	1 pont	
$\frac{t_{MDC}}{T} = \frac{4}{5} = 0,8$	2 pont	
A háromszög területe a trapéz területének 80%-a.	1 pont	
Összesen	7 pont	

II/B

 A 16., 17. és 18. feladatok közül a tanuló által megjelölt feladatot nem kell értékelni.

16.		
a)		
$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{3} + k\pi$	3 pont	<i>Ha nem ír periódust vagy rosszat ír, akkor 1 pont jár.</i>
$x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$	2 pont	<i>Ha nem ír periódust vagy rosszat ír, akkor 1 pont jár.</i>
$k \in Z$	1 pont	
Összesen	6 pont	<i>A fokban megadott értékekért is teljes pontszám jár. Ha vegyesen használja a fokot és a radiánt, akkor maximum 4 pontot kaphat.</i>
b)		
Értelmezési tartomány: $x^2 > \frac{8}{7}$ és $x > \frac{12}{7}$.	1 pont*	<i>Az első feltétel felírható $x > \sqrt{\frac{8}{7}}$ formában is, de ha $x > \sqrt{\frac{8}{7}}$ szerepel, akkor ez a pont nem jár.</i>
A logaritmus azonosságának az alkalmazása: $\lg \frac{7x^2 - 8}{7x - 12} = 1$.	3 pont	
A logaritmus definíciójának alkalmazása: $\frac{7x^2 - 8}{7x - 12} = 10$.	2 pont	
Rendezve: $7x^2 - 70x + 112 = 0$	2 pont	
A másodfokú egyenlet gyökei: $x = 8$.	1 pont	
$x = 2$.	1 pont	
Ellenőrzés.	1 pont*	
Összesen	11 pont	

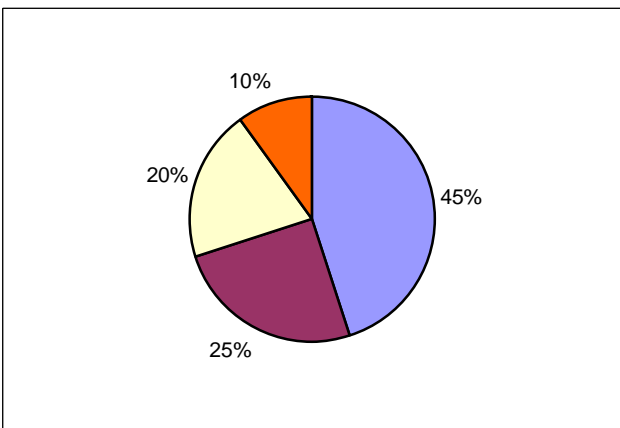
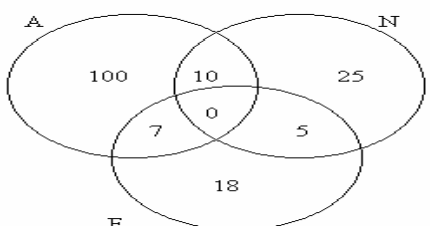
*Az értelmzési tartomány vizsgálatáért és az ellenőrzésért összesen 2 pont adható.

Hiányos értelmzési tartomány és ellenőrzésként azzal való összehasonlítás esetén: 1 pont.

Ha jól állapítja meg az értelmzési tartományt, de az eredményt nem veti össze vele: 1 pont.

Hiányos értelmzési tartomány és behelyettesítéssel való ellenőrzés esetén: 2 pont.

Ha nem vizsgálja az értelmzési tartományt, de behelyettesítéssel ellenőriz: 2 pont.

17.		
a)		
Földrajzból érettségizik: $\frac{54}{120} \cdot 100 = 45\%$.	1 pont	
Biológiából érettségizik: $\frac{30}{120} \cdot 100 = 25\%$.	1 pont	
Informatikából érettségizik: $\frac{24}{120} \cdot 100 = 20\%$.	1 pont	
Kémiából érettségizik: $\frac{12}{120} \cdot 100 = 10\%$.	1 pont	
A fenti százalékoknak megfelelő középponti szögek:		
45%: 162°		
25%: 90°		
20%: 72°		
10%: 36°		
	3 pont	<p><i>Ha a kördiagramról nem derül ki, hogy melyik százalékérték vagy melyik tárgy melyik körcikkhez tartozik, akkor csak 2 pont jár. Ha csak a szögértékeket számolja ki, de hiányzik a helyes ábra, akkor 1 pont adható. Akkor fogadható el az ábra, ha a bejelölt határvonal a helyes megoldás tízes szomszédjai közé esik.</i></p>
Összesen	7 pont	
b)		
A valószínűség: $P(A) = \frac{\text{kedvező esetek száma}}{\text{összes esetek száma}}$.	1 pont	<i>Ez a pont akkor jár, ha láthatóan ismeri az összefüggést. Az 1 pont akkor is jár, ha utána rossz adatokkal számol.</i>
A keresett valószínűség: $\frac{7}{117}$.	2 pont	<i>Ha csak ezt írja fel, akkor is jár a 3 pont.</i>
Összesen	3 pont	
c)		
	6 pont	<i>A halmazábrában a hat érték jó beírása 1-1 pontot ér, a három halmaz közös metszétéért nem jár külön pont, annak beírása nélkül is 6 pont.</i>
Összesen $100 + 10 + 7 + 25 + 5 + 18 = 165$ tanuló van nyelvvizsgálója.	1 pont	<i>A logikai szitaformula használata is megfelelő.</i>
Összesen	7 pont	

18.		
a)		
	6 pont	<p><i>A modell megalkotása, jó rajz készítése, a szükséges adatok feltüntetése.</i></p> <p><i>Ha a derékszögeket nem jelöli vagy nem hivatkozik rá, akkor az ábrára maximum 4 pont adható.</i></p>
Összesen	6 pont	
b)		
A BTC derékszögű háromszögben: $\sin 18^\circ = \frac{50}{b}$.	2 pont	<p><i>Az a és b távolságok kiszámítása nem szükséges, az $a = \frac{50}{\sin 18^\circ}$ és $b = \frac{50}{\sin 16^\circ}$ megadása esetén is maximális pontszám jár.</i></p>
Ebből $b = 161,8$.	1 pont	
Az ATC derékszögű háromszögben: $\sin 16^\circ = \frac{50}{a}$.	2 pont	
Ebből: $a = 181,4$.	1 pont	
Az ABC háromszögben koszinusztétel felírása: $x^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 85^\circ$.		
$x^2 = 181,4^2 + 161,8^2 - 2 \cdot 181,4 \cdot 161,8 \cdot \cos 85^\circ$	3 pont	
$x = 232,3$	1 pont	
Az út hossza 232 méter.	1 pont	
Összesen	11 pont	