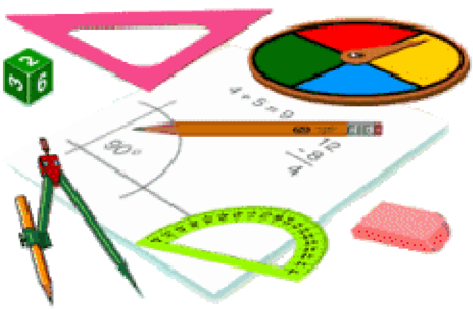
PRÓBAÉRETTSÉGI

2003. május-június

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINT

JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ



Kiss Árpád OKSZI
Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény
Vizsgafejlesztő Központ

OKÉV
ORSZÁGOS KÖZOKTATÁSI ÉRTÉKELÉSI ÉS VIZSGAKÖZPONT

Kedves Kolléga!

Kérjük, hogy a dolgozatok javítását a javítási útmutató alapján végezze, a következők figyelembevételével.

Formai kérések:

- Kérjük, hogy *piros tollal* javítson, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölje a hibákat, hiányokat stb.

- A feladatok mellett található üres négyzetek közül mindig az elsőt töltse ki.
  Kifogástalan megoldás esetén elég a megfelelő maximális pontszám beírása a szürke négyzetekbe.
  Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes *részpontszámokat* is írja rá a dolgozatra.

- Kérjük, hogy a dolgozat javítása után a füzetek belső borítóján található *szürke táblázatot* is töltse ki.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól *eltérő megoldás* születik, kérjük, hogy keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit és ennek alapján pontozzon.

- A pontozási útmutató pontjai további részpontokra *bonthatók*.

- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél *kevésbé részletezett.*

- Ha a megoldásban *számolási hiba*, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.

- *Elvi hiba* esetén, egy gondolati egységen belül a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban az elhibázott részt egy újabb részkérdés követi, és a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.

Munkájukat, együttműködésüket előre is köszönjük.

I. rész

Az I. részben a 4. és a 6. feladat kivételével a helyes válasz indoklás nélkül is teljes pontszámot ér.

1. feladat

0,5 liter · 0,028 = 0,014 liter	2 pont	Az átváltás és a százalékszámítás sorrendje tetszőleges.
0,14 dl	1 pont	
Összesen:	**3 pont**	

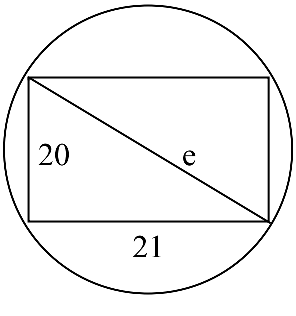
2. feladat

a)	$\log_2 32 = 5$	2 pont	
	Összesen:	**2 pont**	
b)	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \frac{3^5}{2^5} = \frac{3^5}{32} = \left(\frac{3}{2}\right)^5 = 7{,}59375$	2 pont	Bármilyen helyes megoldás elfogadható.
	Összesen:	**2 pont**	

3. feladat

$4 - x < 0$	1 pont	
$x > 4$	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

4. feladat



	$e^2 = 21^2 + 20^2$	1 pont	
	$e = 29$		Mértékegység nélkül a 2 pontból 1 pont adható.
Az átmérő legalább 29 cm.		2 pont	
	Összesen:	**3 pont**	

5. feladat

a)

A	B	C	D	E
2	4	1	1	6

2 pont — Ez a két pont akkor adható, ha legalább 4 válasz helyes. 1 pont akkor adható, ha 2 vagy 3 jó válasz van.

Összesen: 2 pont

b) 3 mérkőzés van még hátra. 2 pont

Összesen: 2 pont

6. feladat

x legyen a fehér golyók száma.
$5 + x$ golyó van összesen.

$$\frac{x}{x+5} = 0{,}8$$

2 pont — Az egyenlet felírásáért vagy jó gondolatmenetért (szöveges okoskodásért).

$$x = 0{,}8x + 4$$

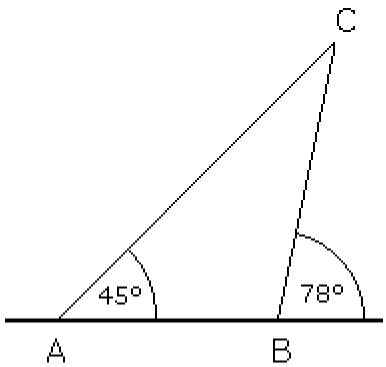
$$0{,}2x = 4$$

$$x = 20$$

2 pont — A jó végeredményért.

Összesen: 4 pont

7. feladat



A C csúcsnál lévő belső szög: $\gamma = 78° - 45° = 33°$ 2 pont

Összesen: 2 pont

8. feladat

a) $30 - 25 = 5$
5 nap 2 pont

Összesen: 2 pont

b)
$12 + 25 - x = 30$
$x = 7$
7 nap 2 pont — Mértékegység nélkül is jár a pont.

Összesen: 2 pont

9. feladat

A b) válasz a jó.	2 pont	.
Összesen:	**2 pont**	

10. feladat

$x^2 - 2x - 8 = 0$ egyenlet gyökei lesznek a zérushelyek:		
$x_1 = -2$	1 pont	
$x_2 = 4$	1 pont	
Összesen:	**2 pont**	

II./A rész

11. feladat

a)

1. megoldás

$27 \cdot 3^x = 3 \cdot 3^{2x}$	1 pont	
$3^{2x} - 9 \cdot 3^x = 0$	1 pont	Vagy a megoldóképlet alkalmazása.
$3^x(3^x - 9) = 0$	1 pont	
$3^x = 0$, ennek nincs megoldása	1 pont	Ha 3^x-ből nem számol x-et, akkor összesen 3 pont adható.
vagy $3^x = 9$, tehát $x = 2$	1 pont	
Ellenőrzés.	1 pont	

2. megoldás

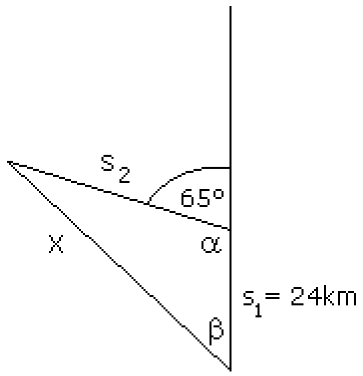
$3^x \cdot 3^3 = 3^{2x+1}$	*1 pont*	
$3^{x+3} = 3^{2x+1}$	*2 pont*	
$x + 3 = 2x + 1$	*1 pont*	
$x = 2$	*1 pont*	
Ellenőrzés.	*1 pont*	
Összesen:	**6 pont**	

b)

$\sqrt{3x+1} = \sqrt{5-x^2}$		Ha az értelmezési tartomány helyes felírásából derül ki, hogy melyik a jó megoldás, akkor is jár a 6 pont. (Ha az értelmezési tartományt helyesen megállapítja, de utána nem tudja megoldani az egyenletet, akkor 2 pont.)
$3x + 1 = 5 - x^2$	1 pont	
$x^2 + 3x - 4 = 0$	1 pont	
$x_1 = 1$	1 pont	
$x_2 = -4$	1 pont	
Ellenőrzés: – 4 hamis gyök	1 pont	
Az $x = 1$ a megoldás.	1 pont	
Összesen:	**6 pont**	

12. feladat

a)



1 pont — A jó ábra 1 pontot ér, de a kifogástalan megoldás ábra nélkül is 12 pontos.

Az elfordulás utáni út menetideje:

$$t_2 = 150 - 40 = 110$$

$$t_2 = \frac{11}{6}\ h$$

1 pont — t_2 megállapításáért.

Az elfordulás utáni út: s = v·t

$$s_2 = \frac{11}{6}\ h \cdot 42\ \frac{km}{h}$$

1 pont

$$s_2 = 77\ km$$

1 pont — s_2 kiszámításáért összesen 2 pont.

$$\alpha = 115^\circ$$

1 pont

$$x^2 = 24^2 + 77^2 - 2 \cdot 24 \cdot 77 \cdot \cos 115^\circ$$

2 pont — A koszinusz tétel helyes felírásáért összesen 2 pont.

$$x^2 = 8066{,}98$$

$$x = 89{,}8\ \text{km}$$

2 pont — Mértékegység nélkül csak 1 pont jár. (Nem számít hibának, ha mértékegységet csak a végeredményben tüntet fel a vizsgázó, amennyiben közben helyesen számol.)

Összesen: 9 pont

b)

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{s_2}{x}$$

1 pont

$$\sin\beta = \sin 115^\circ \cdot \frac{77}{89{,}8} = 0{,}7771$$

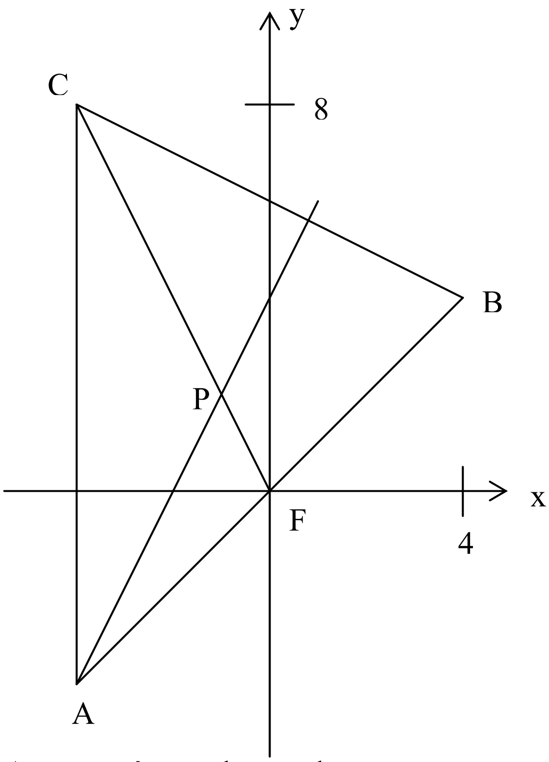
1 pont

$$\beta = 50{,}99^\circ \approx 51^\circ$$

1 pont

Összesen: 3 pont

13. feladat



A magasságvonal egyenlete:

$\overrightarrow{BC}$ (–8; 4)	2 pont	
$\underline{n}$ = (–2; 1)		
A (–4; –4)		
$-2x + y = 4$	3 pont	A magasságvonal egyenletéért 5 pont.

A súlyvonal egyenlete:

F (0; 0)	1 pont	
$\overrightarrow{FC}$ (–4; 8)	1 pont	
$\underline{n}$ = (2; 1)	1 pont	
$2x + y = 0$	2 pont	A súlyvonal egyenletéért 5 pont.

A metszéspontjuk az egyenletrendszer megoldása:

P (–1; 2)	2 pont	A metszéspont kiszámításáért 2 pont.

Ha egy pontos rajzról leolvassa a jó végeredményt, akkor összesen 3 pont adható.

Összesen: 12 pont

II./B rész

Az alábbi három feladat (14 – 16.) közül tetszés szerint választott *kettőt* kellett megoldani és *kettőt* kell értékelni!

14. feladat

a)

Az oszlopok hossza nem arányos az ábrázolt mennyiségekkel, így az ábra jóval nagyobb növekedést sugall, mint a valóság. 3 pont

Összesen: 3 pont

b) 2000: 1000 peták/m^2

2001: 1200 peták/m^2 1 pont

2002: 1600 peták/m^2 1 pont

2000: $\dfrac{1{,}2\cdot 10^7}{10^3}$ m^2 = 12 000 m^2 új lakás épült. 1 pont

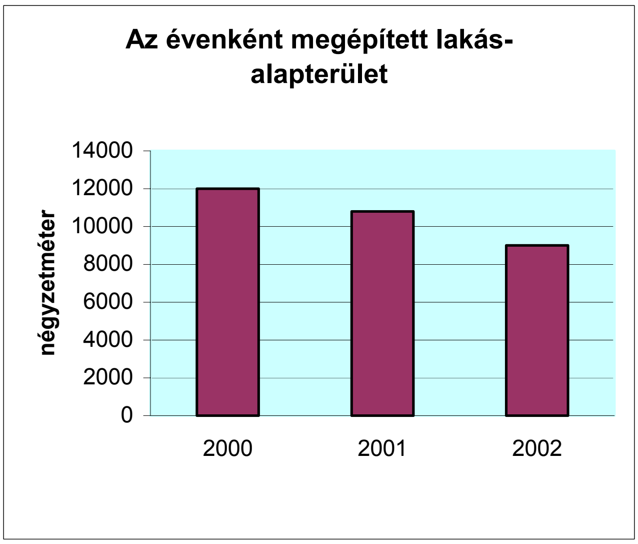
2001: $\dfrac{1{,}296\cdot 10^7}{1200} m^2 = 10\ 800\ m^2$ új lakás épült. 1 pont

2002: $\dfrac{1{,}44\cdot 10^7}{1600} m^2 = 9000\ m^2$ új lakás épült. 1 pont

Tehát az egy év alatt felépített bérlakások összes alapterülete évről évre csökkent. 3 pont.

Összesen: 8 pont

c)



3 pont

Összesen: 3 pont

d)

A megadott adatokból nem állapítható meg, mert nem tudjuk egy-egy lakás alapterületét (ami igen változó lehet). 3 pont

Összesen: 3 pont

15. feladat

a)

$E_1 = 10 \cdot \lg \frac{10^{-12}}{10^{-12}}$	2 pont	A képlet értelmezéséért.
$E_1 = 10 \cdot \lg 1 = 0$ $E_1 = 0$ decibel	2 pont	Mértékegység nélkül 1 pont.
$E_2 = 10 \cdot \lg \frac{10^{-6}}{10^{-12}}$	2 pont	A képlet értelmezéséért.
$E_2 = 10 \cdot \lg 10^{6} = 60$ $E_2 = 60$ decibel	2 pont	Mértékegység nélkül 1 pont.
Összesen:	**8 pont**	

b)

$$I = 10^{-12}\ \frac{W}{m^2}$$

Legyen E_m a motor szubjektív hangerőssége, I_m az objektív hangerőssége.

$E_m = 130$ decibel	1 pont	Az adat értelmezéséért,
$130 = 10 \cdot \lg \frac{I_m}{10^{-12}}$	3 pont	Az egyenlet felírásáért.
$13 = \lg \frac{I_m}{10^{-12}}$	1 pont	
$10^{13} = \frac{I_m}{10^{-12}}$	3 pont	A logaritmus értelmezéséért.
Tehát a motorzaj objektív hangerőssége a halk suttogás objektív hangerősségének a 10^{13}-szorosa.	1 pont	
Összesen:	**9 pont**	

16. feladat

a) $T = \dfrac{a \cdot m}{2}$, ahol $m = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ tehát $T = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = 0{,}5$ 2 pont

$a = \sqrt{\dfrac{2}{\sqrt{3}}} \approx 1{,}07$ 2 pont

A köré írható kör átmérőjét keressük. 1 pont

A sugár a súlyvonal 2/3-ad része. 1 pont

$R = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{2}{3}$ 2 pont

$R = \dfrac{a}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{2}{3\sqrt{3}}}$ 1 pont

Legalább 125 cm átmérőjű terítő kell. 1 pont

124 cm is elfogadható. Ha kerekítés miatt ennél kisebb értéket kap, akkor ez a pont nem jár.

Összesen: 10 pont

b)

1. megoldás

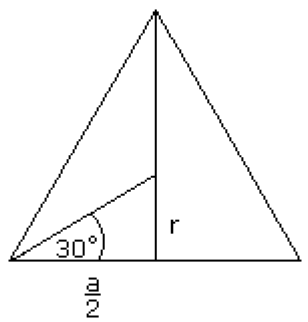
A beírt kör sugarát keressük, ami a körülírt kör sugarának a fele.

$r = \dfrac{R}{2}$ 5 pont

Tehát a tál átmérője: 0,62 m = 1 pont

= 62 cm 1 pont

2. megoldás



1 pont

$\mathrm{tg}30° = \dfrac{r}{\frac{a}{2}}$ *2 pont*

$r = \dfrac{a}{2} \cdot \mathrm{tg}30°$ *1 pont*

$r = 0{,}31$ *1 pont*

$d = 0{,}62$ m *1 pont*

$d = 62$ cm *1 pont*

Összesen: 7 pont