Bolyai János

Matematikai Társulat

Oktatási és Kulturális Minisztérium
Alapkezelő Igazgatósága
támogatásával

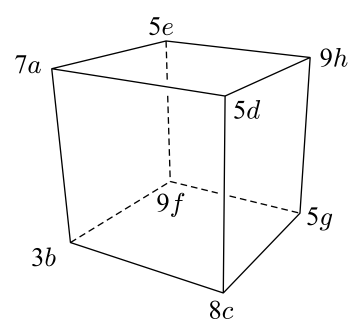
Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2006/2007-es tanév
első (iskolai) forduló
haladók – II. kategória
(nem speciális matematika tantervű gimnáziumi tanulók)

Feladatok

1. Melyik az a legnagyobb kettőhatvány, amivel a $2^{2005} + 10^{2005}$ osztható?

2. Két párhuzamos egyenes mindegyikén prímszám számú pontot jelöltünk meg. A megjelölt pontok – mint csúcsok – által meghatározott összes négyszög száma kétszerese a megjelölt pontok által meghatározott háromszögek számának. Hány pontot jelöltünk meg az egyeneseken?

3. Egy kocka minden csúcsát két természetes számmal jelöltük meg, amelyek közül egyet egy betűvel eltakartunk. Így az egyik szám látható, a másik nem. Bármely csúcsnál lévő látható szám a csúccsal élszomszédos három, betűvel takart szám átlaga. Milyen számokat rejtenek a betűk?



4. A k_1 és k_2 körök kívülről érintik egymást. Az érintési ponton átmenő egyenes k_1-et a P_1, k_2-t a P_2 pontban metszi másodszor. Megrajzoltuk a P_1-en és P_2-n áthaladó, k_1-et érintő kört. Bizonyítsuk be, hogy ennek a körnek a sugara a k_1 és k_2 körök sugarának összegével egyenlő!

5. A Fiatal Matematikusok Konferenciájára 99 diák kapott meghívást. A résztvevők magyar, angol, német, olasz, francia, görög és török nemzetiségűek voltak. A szervezők észrevették, hogy nincs 8 különböző korú, azonos nemzetiségű résztvevő. Bizonyítsuk be, hogy van két azonos korú, nemű és nemzetiségű résztvevő a konferencián!