A Gárdonyi Géza Ciszterci Gimnázium és Kollégium

**4 évfolyamos gimnáziumi képzés (reál specializáció)**

helyi tanterve

MATEMATIKA

**Választott kerettanterv:**

**A kerettantervek kiadásának és jogállásának rendjéről szóló 51/2012. (XII. 21.) számú EMMI rendelet melléklete:**

**3. melléklet -** [**Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára**](http://kerettanterv.ofi.hu/3_melleklet_9-12/index_4_gimn.html)

**MATEMATIKA**

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömének forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reproduktív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglakozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulókban azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismerteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve pl. vegyész, grafikus, szociológus) ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

**Az iskola tankönyvválasztásának szempontjai**

A matematika munkaközösség tagjai a tankönyvek, taneszközök kiválasztásánál a következő szempontokat veszik figyelembe:

– a taneszköz feleljen meg az iskola helyi tantervének;

– a taneszköz legyen jól tanítható, jól tanulható;

– a taneszköz nyomdai kivitelezése legyen alkalmas a tantárgy óraszámának és igényeinek megfelelő használatra több tanéven keresztül;

– a taneszköz minősége, megjelenése legyen alkalmas a diákok esztétikai érzékének fejlesztésére, nevelje a diákokat igényességre, precíz munkavégzésre, a taneszköz állapotának megóvására;

Előnyben kell részesíteni azokat a taneszközöket:

– amelyek több éven keresztül használhatók;

– amelyek egymásra épülő tantárgyi rendszerek, tankönyvcsaládok, sorozatok tagjai;

– amelyekhez megfelelő nyomtatott kiegészítő taneszközök állnak rendelkezésre (pl. munkafüzet, tudásszintmérő, feladatgyűjtemény, gyakorló);

– amelyekhez rendelkezésre áll olyan digitális tananyag, amely interaktív táblán segíti az órai munkát feladatokkal, 3D modellek, grafikonrajzoló, statisztikai programok, interaktív feladatok, számonkérési lehetőségek, játékok stb. segítségével.

– amelyekhez  olyan hozzáférés biztosított, amely az iskolában használt digitális eszközöket és tartalmakat interneten keresztül a diákok otthoni tanulásához is nyújtani tudja.

**Értékelés**

Az értékelés során az ismeretek megszerzésén túl vizsgálni kell, hogyan fejlődött a tanuló absztrakciós, modellalkotó, lényeglátó és problémamegoldó képessége. Meg kell követelni a jelenségek megfigyelése és a kísérletek során szerzett tapasztalatok szakszerű megfogalmazással való leírását és értelmezését. Az értékelés kettős céljának megfelelően mindig meg kell találni a helyes arányt a formatív és a szummatív értékelés között. Fontos szerepet kell játszania az egyéni és csoportos önértékelésnek, illetve a diáktársak által végzett értékelésnek is. Törekedni kell arra, hogy a számonkérés formái minél változatosabbak, az életkornak megfelelőek legyenek. A hagyományos írásbeli és szóbeli módszerek mellett a diákoknak lehetőséget kell kapniuk arra, hogy a megszerzett tudásról és a közben elsajátított képességekről valamely konkrét, egyénileg vagy csoportosan elkészített termék létrehozásával is tanúbizonyságot tegyenek.

Formái:

* szóbeli felelet,
* feladatlapok értékelése,
* tesztek, dolgozatok osztályozása,
* rajzok készítése,
* modellek összeállítása,
* számítási feladatok megoldása,
* kiselőadások tartása,
* munkafüzeti tevékenység megbeszélése,
* poszter, plakát, prezentáció készítése előre megadott szempontok szerint,
* házi feladat ellenőrzése és értékelése

**9.-10. évfolyam**

Ez a matematika kerettanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban még nem választottak matematikából emelt szintű képzést. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhoz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűkkel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

A tanulók későbbi, matematika szempontjából nagyon különböző céljai, a fogalmi gondolkodásban megnyilvánuló különbségek igen fontossá teszik ebben a szakaszban a differenciálást. Az évfolyamok összetételének a bevezetőben vázolt sokszínűsége miatt nagyon indokolt csoportbontásban tanítani a matematikát.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat évfolyamonként a táblázatok tartalmazzák.

**9. évfolyam**

**Óraszám: 144 óra/év**

**4 óra/hét**

**Az éves óraszám felosztása**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Sorszám** | **Témakör** | **óraszám** |
| **1.** | **Gondolkodási módszerek** | **13 óra** |
| **2.** | **Számelmélet, algebra** | **56 óra** |
| **3.** | **Függvények** | **17 óra** |
| **4.** | **Geometria** | **39 óra** |
| **5.** | **Valószínűség, statisztika** | **7 óra** |
|  | **Ismétlés** | **6 óra** |
|  | **Ellenőrzés, számonkérés** | **6 óra** |
|  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **1. Gondolkodási módszerek, halmazok, kombinatorika, gráfok**  **1.1 Halmazok, ponthalmazok** | | **Órakeret 9 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, ponthalmazok. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazásával a megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt.  A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása. | | |  | |
| *n* elemű halmaz részhalmazainak a száma.  Korábbi ismeretek felhasználása, a tanult jelölések alkalmazása.  Halmazok számossága.  Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok.  *Matematikatörténet*: Georg Cantor. | | | *Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése. | |
| Halmazműveletek: unióképzés, metszetképzés, különbségképzés, komplementer halmaz.  Halmazműveletek alkalmazása több halmazra.  Definíciók megfogalmazása, megértése. Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára. | | | *Informatika*: adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése különböző szempontok szerint.  *Biológia-egészségtan*: rendszertan. | |
| Nevezetes ponthalmazok:   * adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben; * két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza – síkban és térben.   Vegyes feladatok ponthalmazok és halmazműveletek alkalmazására szerkesztéssel is. | | | *Informatika:* geometriai szerkesztőprogram. | |
| Ponthalmazok a koordinátasíkon.  Koordinátákkal megadott feltételek.  *Matematikatörténet*: René Descartes. | | |  | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementerhalmaz, Intervallum. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok**  **1.2 Kombinatorika** | | **Órakeret4 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása, gráf használata egyszerű leszámolási feladatokban. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése. Gráfok segédeszközként való használata a gondolkodásban. | | |
| **Ismeretek és fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| A szorzási és összeadási szabály.  Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása. | | |  | |
| Sorba rendezés.  Kiválasztás.  A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése.  Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban.  n!, nk. Az összeszámlálási módszer megértése. | | |  | |
| Gráfok: csúcs, él, fokszám.  Gráfok alkalmazása feladatmegoldásban.  Gondolatmenet megjelenítése gráffal. | | | *Kémia*: molekulák szerkezete.  *Informatika*: számítógépes hálózatok felépítése.  *Földrajz:* térképek, úthálózat. | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, csúcs, él, fokszám. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **2.Számelmélet, algebra**   * 1. **Valós számok** | | **Órakeret 5 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejben, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. A négyzetgyök fogalma. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | A számkör bővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. | | |
| **Ismeretek és fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Számok normálalakja.  Számolás normálalakban felírt számokkal.  Normálalak a számológépen.  A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.  Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek.  Irracionális számok.  A valós számkör.  Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.  A valós számok és a számegyenes kapcsolata.  A racionális számok halmaza nem elegendő a számegyenes pontjainak jelölésére. | | | *Fizika; kémia; biológia-egészségtan*: a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal. | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **2. Számelmélet, algebra**   * 1. **Algebrai kifejezések használata** | | **Órakeret 20 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Algebrai kifejezések.   * Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések. * A kifejezés értelmezési tartománya. * Helyettesítési érték.   Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata. | | | *Fizika; kémia*: mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése. | |
| Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel.  Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok.  Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel. | | |  | |
| Nevezetes azonosságok:  ; ; ;  ; ;  Ismeretek (képletek) tudatos memorizálása.  Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál. | | |  | |
| Azonos átalakítások.   * Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kiemelés, szorzattá alakítás. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. * Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés.   A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések során.  *Matematikatörténet*: Al-Hvarizmi. | | | *Fizika; kémia:* képletek értelmezése, egyenletek rendezése. | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Algebrai kifejezés, polinom, algebrai tört, azonosság | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **2. Számelmélet, algebra**  **2.3 Oszthatóság** | | **Órakeret 6 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Osztó, többszörös, prímszám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban, az ismeretek összekapcsolásának felfedezése. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok.  Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban. | | |  | |
| A tanult ismeretek felidézése:prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás.  A számelmélet alaptétele.  Végtelen sok prímszám van.  Osztók számának meghatározása a prímtényezős felbontásból.  *Matematikatörténet*: Euklidesz, Eratosztenész~~,~~ Euler~~,~~ Fermat. | | |  | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Osztó, többszörös, prímszám, oszthatósági szabályok | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **2. Számelmélet, algebra**   * 1. **. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer** | | **Órakeret25 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Egy ismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Elsőfokú egyenletek.   * Alaphalmaz, megoldáshalmaz. * Ekvivalens átalakítások. * Mérlegelv.   Egyenletek algebrai, grafikus megoldása.  Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során. | | |  | |
| Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.  A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése.  A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?). | | | *Fizika*: kinematika, dinamika.  *Kémia*: oldatok összetétele. | |
| Törtes egyenletek, egyenlőtlenségek.  Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége.  Törtek előjelének vizsgálata. | | |  | |
| Abszolút értéket tartalmazó egyenletek, egyenlőtlenségek. | | |  | |
| Elsőfokú egyenletrendszerek.   * Grafikus megoldás. * Behelyettesítő módszer. * Egyenlő együtthatók módszere. * Új ismeretlen bevezetése.   Különböző módszerek megismerése és alkalmazása ugyanarra a problémára.  Egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok.  A kapott eredmény értelmezése, valóságtartalmának vizsgálata. | | | *Informatika*: számítógépes program használata. | |
| Egyenlőtlenségek grafikus megoldása.  Egyenlőtlenségek algebrai megoldása.  Egyismeretlenes egyenlőtlenségrendszer. | | |  | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **3. Függvények** | | **Órakeret17 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény ismerete. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Függvény fogalma.  Értelmezési tartomány, értékkészlet.  A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése.  Új fogalmak: paritás, korlátosság. | | | *Informatika*: függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével. | |
| Egyenes arányosság.  Elsőfokú függvények, lineáris függvények.  Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban. | | | *Fizika; kémia:* egyenesen arányos mennyiségek. | |
| Abszolútérték-függvény.  Másodfokú függvények.  Teljes négyzetté kiegészítés.  A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére. | | | *Informatika:* függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével. | |
| Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény. | | | *Fizika; kémia*: fordítottan arányos mennyiségek. | |
| Függvény transzformációk.  A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: ; ; ; ; .  Függvények jellemzése (értékkészlet, monotonitás, szélsőérték, korlátosság, paritás, zérushely). | | | *Fizika:* a megfigyelés időbeli és térbeli kezdőpontja változásának hatása a mennyiségek közötti összefüggésekre. | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Függvény grafikonja. Paritás, korlátosság. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **4. Geometria**   * 1. **Sokszögek** | | **Órakeret 23 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, négyszögek elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Bizonyítási igény kialakítása. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Geometriai alapfogalmak.  Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. | | |  | |
| A háromszög oldalai és szögei.   * Háromszög-egyenlőtlenség. * Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. * Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között.   A háromszögek szögeiről, oldalairól tanult tételek. Alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. | | |  | |
| A háromszögek nevezetes vonalai:   * A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. * A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. * A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. * A háromszög súlyvonalai, súlypontja.   A háromszögek nevezetes vonalairól és köreiről tanult tételek.  Alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.  Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása grafikus programmal. | | | *Informatika*: geometriai szerkesztő program használata. | |
| Négyszögek, sokszögek, szabályos sokszögek.  Belső és külső szögek összege.  Átlók száma. | | |  | |
| Pitagorasz-tétel és megfordítása.  Számítási feladatok síkban és térben.  A tétel és megfordításának alkalmazása feladatokban.  *Matematikatörténet*: Pitagorasz. | | | *Fizika*: vektor felbontása merőleges összetevőkre. | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Hozzáírt kör. Sokszögek. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **4. Geometria**   * 1. **Geometriai transzformációk** | | **Órakeret 16 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Geometriai transzformáció fogalma.  Egybevágósági transzformációk rendszerezése.  Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás.  A geometriai transzformációk tulajdonságai:   * fixpont, fixegyenes, fixsík; * szögtartás, távolságtartás, irányítástartás;   Geometriai transzformációk szorzata. | | | *Informatika*: geometriai szerkesztőprogram használata. | |
| Az egybevágóság fogalma.  Egybevágó alakzatok felismerése.  Alakzatok egybevágósága.  A háromszögek egybevágóságának alapesetei. | | |  | |
| Szimmetrikus alakzatok.  A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége*.* | | | *Vizuális kultúra*: művészettörténeti stíluskorszakok. | |
| Szerkesztési, számítási és bizonyítási feladatok.  Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, alkalmazása.  Vázlatkészítés, elemzés, diszkusszió. | | |  | |
| A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala.  A középpontos tükrözés alkalmazása. | | |  | |
| A vektor.  Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektorabszolútértéke.  Műveletek vektorokkal:  összeadás (paralelogramma módszer, láncmódszer);  kivonás;  számmal való szorzás.  Vektor felbontása összetevőkre.  A vektorműveletek tulajdonságai.  Szerkesztési feladatok.  Vektorműveletek gyakorlása síkbeli és térbeli ábrákon is.  Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel.  Bázisvektorok, bázisrendszer.  Vektorok koordinátái.  Vektor hosszának számítása.  Helyvektor, szabadvektor. | | | *Fizika*: vektormennyiségek. | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Geometriai transzformáció, egybevágósági és hasonlósági transzformáció, szimmetrikus alakzat, hasonló alakzat, számtani és mértani közép, kerületi és középponti szög, húrnégyszög, érintőnégyszög, látókörív. Vektorművelet, paralelogramma-módszer, láncmódszer, vektorfelbontás, nullvektor, ellentett vektor, egyenlő vektor. Bázisvektorok, bázisrendszer, vektorkoordináták. Helyvektor, szabadvektor. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | 1. **Statisztika. valószínűség** | | **Órakeret 7 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása.  Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása.  Következtetések levonása.  Számológép használata.  Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. | | | *Földrajz*: időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.  *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).  *Informatika*: adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés. | |
| Véletlen jelenségek megfigyelése.  Kockadobások, pénzérme.  Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. | | |  | |
| Esemény, eseménytér, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény.  Műveletek eseményekkel.  Kétváltozós műveletek értelmezése.  Egyszerűbb események valószínűségének kiszámítása.  Klasszikus valószínűségi modell.  A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel. | | |  | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Terjedelem, szórás. | | | |

|  |  |
| --- | --- |
| **A fejlesztés várt eredményei és a továbbhaladás feltételei a** **9. évfolyam végén** | *Gondolkodási és megismerési módszerek*  – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.  – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.  – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.  – Egyszerű leszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.  *Számtan, algebra*  – Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.  – Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.  – Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.  – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.  *Összefüggések, függvények, sorozatok*  – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.  – A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).  – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.  – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.  – Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.  – A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta- rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.  *Geometria*  – Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.  – Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.  – A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.  – Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület).  – Szimmetria ismerete, használata.  – Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).  – Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.  – Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.  – Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.  – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.  – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.  – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.  – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.  *Valószínűség, statisztika*  – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.  – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.  – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.  – A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. |

**10. évfolyam**

**Óraszám: 144 óra/év**

**4 óra/hét**

**Az éves óraszám felosztása**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Sorszám** | **Témakör** | **óraszám** |
| **1.** | **Gondolkodási módszerek** | **14 óra** |
| **2.** | **Számelmélet, algebra** | **48 óra** |
| **3.** | **Függvények** | **14 óra** |
| **4.** | **Geometria. (Hasonlóság, szögfüggvények)** | **46 óra** |
| **5.** | **Valószínűség, statisztika** | **10 óra** |
|  | **Ismétlés** | **6 óra** |
|  | **Ellenőrzés, számonkérés** | **6 óra** |
|  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | 1. **Gondolkodási módszerek, halmazok,  matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | | **Órakeret 14 óra** |
| **Előzetes tudás** | Halmazműveletek. Halmazábra. Részhalmaz. Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása. Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése. Gráfok segédeszközként való használata a gondolkodásban. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Matematikai tartalmú szöveg értelmezése.  Tétel kimondása, bizonyítása.  Állítás és megfordítása.  Direkt, indirekt bizonyítás.  Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel.  Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása. | | *Magyar nyelv és irodalom*: mondatok, szavak, hangok rendszerezése. | |
| Skatulyaelv.  Logikai szita.  Modellalkotás egy-egy tipikus problémára. | |  | |
| A szorzási és összeadási szabály.  Az összeszámlálás technikáinak megértése, alkalmazása. | |  | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Sorba rendezés.  Kiválasztás.  A szöveg matematikai nyelvre fordítása, matematikai modell készítése.  Kombinatorikai problémák felfedezése a mindennapokban.  n!, nk. Az összeszámlálási módszer megértése.  n elemű halmaz részhalmazainak a száma.  Korábbi ismeretek felhasználása, a tanult jelölések alkalmazása. | |  |
| Gráfok: csúcs, él, fokszám.  Gráfok alkalmazása feladatmegoldásban.  Gondolatmenet megjelenítése gráffal. | | *Kémia*: molekulák szerkezete.  *Informatika*: számítógépes hálózatok felépítése.  *Földrajz:* térképek, úthálózat. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Véges és végtelen halmaz. Szorzási szabály, összeadási szabály, faktoriális, gráf, csúcs, él, fokszám. | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | 1. **Számelmélet, algebra**   **(Gyökös és másodfokú algebrai kifejezések használata)** | | **Órakeret 48 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás. Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Négyzetgyök fogalma. A négyzetgyökvonás azonosságai.   * Az indirekt bizonyítás: a irracionális. * Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól. * Nevező gyöktelenítése.   Műveletek gyökös kifejezésekkel*.* | | |  | |
| Az *n*-edik gyök fogalma. A gyökvonás azonosságai.  Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól.  Algebrai kifejezések átalakításai a tanult eljárások, azonosságok felhasználásával.  Gyökfüggvények | | |  | |
| Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek.   * Grafikus megoldás. * Teljes négyzetté kiegészítés.   Egyenletmegoldás szorzattá alakítással.  Algoritmus keresése a megoldásra.  A másodfokú egyenlet megoldóképlete.  A megoldóképlet készségszintű alkalmazása.  Számológép használata.  A másodfokú egyenlet diszkriminánsa.  Diszkusszió.  Gyöktényezős alak, Viete-formulák.  Másodfokúra visszavezethető egyenletek.  Új ismeretlen bevezetése.  *Matematikatörténet*: magasabb fokú egyenletek megoldhatósága*.* | | |  | |
| Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok.  Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés.  Másodfokú függvények vizsgálata.  Teljes négyzetté alakítás használata. Számítógépes program használata.  Szélsőérték-feladatok.  Másodfokú függvény vizsgálatával*.* | | | *Fizika*: egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.  *Informatika*: számítógépes program használata. | |
| Másodfokú egyenlőtlenségek.  A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával. | | |  | |
| Másodfokú egyenletrendszer.  Másodfokú egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok.  Emlékezés korábban megismert módszerekre, alkalmazás az adott környezetben. | | | *Fizika:* ütközések. | |
| Négyzetgyökös egyenletek.   * Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. * Hamisgyök, gyökvesztés. * Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége. | | |  | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, diszkusszió. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet. | | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | **3. Függvények** | **Órakeret 14 óra** |
| **Előzetes tudás** | **Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása**. **Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.** | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ismeretek/ fejlesztési követelmények** | | **Kapcsolódási pontok** |
| Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok  **Függvénytulajdonságok tudatos alkalmazása** | |  |
| |  |  | | --- | --- | | Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg) tulajdonságai.  A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. A permanencia-elv alkalmazása. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése. | *Fizika:* periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram.  *Földrajz:* térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS. | | A trigonometrikus függvények alkalmazása egyszerű egyenletek megoldásában. |  | | | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Grafikus megoldás. | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **4.Geometria**  **4.1.Hasonlóság** | | **Órakeret 24 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| A párhuzamos szelők tétele és megfordítása.  A párhuzamos szelőszakaszok tétele.  Szakasz arányos osztása.  Számítási és bizonyítási feladatok. | | |  | |
| A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai.  A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai.  Aránytartó transzformáció.  Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok. | | | *Földrajz*: térképek. | |
| Hasonló alakzatok.  A háromszögek hasonlóságának alapesetei.  A sokszögek hasonlósága.  A hasonló síkidomok területének aránya.  A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya. | | | *Fizika*: hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika. | |
| Arányossági tételek háromszögekben.  Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel.  A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása.  A számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség alkalmazása bizonyítási feladatokban.  Mértani közép szerkesztése. | | | *Vizuális kultúra*: festészet, építészet. | |
| Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek.  Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása.  Húrnégyszögek és érintő­négyszögek definíciója, tételei.  Speciális érintőnégyszögek, húrnégyszögek.  Látókörív. Látókörív szerkesztése. | | |  | |
| A vektor.  Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektor abszolútértéke.  Műveletek vektorokkal:   * összeadás (paralelogramma módszer, láncmódszer); * kivonás; * számmal való szorzás.   Vektor felbontása összetevőkre.  A vektorműveletek tulajdonságai.  Szerkesztési feladatok.  Vektorműveletek gyakorlása síkbeli és térbeli ábrákon is.  Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel.  Bázisvektorok, bázisrendszer.  Vektorok koordinátái.  Vektor hosszának számítása.  Helyvektor, szabadvektor. | | | *Fizika*: vektormennyiségek. | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, számtani és mértani közép, kerületi és középponti szög, húrnégyszög, érintőnégyszög, látókörív. Vektorművelet, paralelogramma-módszer, láncmódszer, vektorfelbontás, nullvektor, ellentett vektor, egyenlő vektor. Bázisvektor, bázisrendszer, vektorkoordináta. Helyvektor, szabadvektor. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **4.Geometria**  **4.2. Szögfüggvények** | | **Órakeret 22 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | Síkbeli és térbeli ábra készítése a valós geometriai problémáról. Számítási feladatok, a megoldáshoz alkalmas szögfüggvény megtalálása. Számológép, számítógép használata. | | |
| **Ismeretek/és fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal.  A valóság kicsinyített ábrájáról szögek és szakaszok meghatározása méréssel és számolással.  A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója.  Szögfüggvény értékének és szögek értékének meghatározása számológéppel.  Számítási feladatok szögfüggvények használatával síkban és térben. | | | *Fizika*: lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása. | |
| Nevezetes szögek szögfüggvényei: 30°; 60°; 45°.  Összefüggések egy hegyesszög szögfüggvényei között.  Pótszögek szögfüggvényei.  Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása. | | |  | |
| A szög ívmértéke.  A radián mint mértékegység.  Átváltás fok és radián között. | | | *Fizika:* szögsebesség, szöggyorsulás. | |
| A szögfüggvények általános értelmezése.  Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták, egységkör.  A szögfüggvények előjele a különböző síknegyedekben.  Szögfüggvények közötti összefüggések  (pitagoraszi, tört és reciprok összefüggés,  pótszög és mellékszög szögfüggvényei).  Egyszerű trigonometrikus összefüggések bizonyítása.  A trigonometrikus függvények () ábrázolása, jellemzése.  A szögfüggvények értelmezési tartománya, értékkészlete, zérushelyek, szélsőérték, periódus, monotonitás, korlátosság, paritás.  Függvénytranszformáció, függvényvizsgálat. | | |  | |
| Egyszerű trigonometrikus egyenletek.  A szögfüggvény definíciójának felhasználása a megoldáshoz.  Az egyenletnek végtelen sok megoldása van. | | |  | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Szögfüggvény, ívmérték, periódus, radián. Forgásszög, egységvektor, egységkör. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | 1. **Statisztika, valószínűség** | | **Órakeret 10 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. | | |
| **Ismeretek/és fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása.  Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása.  Következtetések levonása.  Számológép használata.  Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. | | | *Földrajz*: időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.  *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).  *Informatika*: adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés. | |
| Véletlen jelenségek megfigyelése.  Kockadobások, pénzérme.  Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. | | |  | |
| Esemény, eseménytér, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény.  Műveletek eseményekkel.  Kétváltozós műveletek értelmezése.  Egyszerűbb események valószínűségének kiszámítása.  Klasszikus valószínűségi modell.  A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel. | | |  | |
| **Kulcsfogalmak/ fogalmak** | Terjedelem, szórás. | | | |

|  |  |
| --- | --- |
| **A fejlesztés várt eredményei és a továbbhaladás feltételei a** **10. évfolyam végén** | *Gondolkodási és megismerési módszerek*   * Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. * Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. * Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. * Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban. * Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.   *Számelmélet, algebra*   * Racionális és irracionális számok ‑ a valós számok halmazának szemléletes fogalma. * Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése. * Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. * Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. * A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, négyzetgyökös egyenletek megoldása. * Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása. * Másodfokúra vezető szélsőérték problémák megoldása teljes négyzetté alakítással. * A számológép használata.   *Függvények, az analízis elemei*   * + A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás, paritás.   + A négyzetgyökfüggvény, trigonometrikus alapfüggvények ábrázolása, jellemzése.   + Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése; ; ; ;  felhasználásával.   + Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.   *Geometria*   * + Térelemek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése.   + A kör és részeinek ismerete.   + Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintő­négyszögek tételei).   + Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban.   + Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. Vektorfelbontás.   + Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.   + A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel alkalmazásai.   + Hegyesszögek, forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.   *Valószínűség, statisztika*   * Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. * Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása. * Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben. * A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása. |

**11–12. évfolyam**

A gimnázium utolsó két évében a témakörök feldolgozásánál a matematika látásmódjának, alkalmazhatóságának a bemutatása a cél. Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ezen a két évfolyamon áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyan tudást, amelyhez kell az előző évek alapozása, amely kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszi. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakítására.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül az ismétlésre pedig 6 órát terveztünk. Ez utóbbi a 11. osztályra javasolt óraszám, hiszen 12.-ben külön témakörként jelenik meg a rendszerező összefoglalás.

**11. évfolyam**

**Óraszám: 108 óra/év**

**3 óra/hét**

**Az éves óraszám felosztása**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Sorszám** | **Témakör** | **Óraszám** |
| **1.** | **A hatvány, gyök, logaritmus** | **24 óra** |
| **2.** | **Trigonometria** | **30 óra** |
| **3.** | **Koordinátageometria** | **28 óra** |
| **4.** | **Gondolkodási módszerek, kombinatorika, gráfok** | **12 óra** |
| **5.** | **Valószínűségszámítás, statisztika** | **14 óra** |
|  | **Év végi ismétlés** | **6 óra** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **1. Hatvány, gyök, logaritmus** | | **Órakeret 24 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismétlése.  Számológép használata hatványok értékének kiszámításában, normálalak használatában.  Azonos átalakítások; a célszerű módszer, lépés megválasztása.  Kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.  A hatványfogalom kiterjesztése – törtkitevőjű hatványok.  A hatványozás eddigi azonosságai érvényben maradnak – permanencia-elv.  Exponenciális függvény.  Az exponenciális függvény ábrázolása, vizsgálata – irracionális kitevőjű hatvány fogalma szemléletes alapon. | | | *Fizika*: radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás). | |
| Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.  Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.  Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása. | | | *Földrajz; biológia-egészségtan*: globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás). | |
| Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival.  A logaritmus fogalma.  A logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.  A logaritmus azonosságai:   * szorzat, hányados, hatvány logaritmusa; * áttérés más alapú logaritmusra.   A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.  *Matematikatörténet*: a logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat. | | | *Kémia*: pH-számítás.  *Fizika*: radioaktivitással kapcsolatos számítási feladatok. | |
| A logaritmusfüggvény.  A logaritmusfüggvény ábrázolása, vizsgálata.  Adott alaphoz tartozó exponenciális és logaritmusfüggvény kapcsolata.  Inverz függvénykapcsolat szemléletes fogalma. | | |  | |
| Logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek.  Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.  Értelmezési tartomány vizsgálata. Számológép használata*.* | | |  | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **2. Trigonometria** | | **Órakeret 30 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Vektorokkal végzett műveletek. Hegyesszögek szögfüggvényei, a szögfüggvények általános értelmezése, szögmérés fokban és radiánban, szögfüggvények közötti egyszerű összefüggések, trigonometrikus függvények. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| A vektor fogalma, vektorműveletek, vektorfelbontás, vektorkoordináták.  A tanult ismeretek felidézése.  A vektorok koordinátáival végzett műveletek és tulajdonságaik.  A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái. | | |  | |
| Két vektor skaláris szorzata.  A művelet újszerűségének bemutatása. Jelölések megjegyzése.   * A skaláris szorzat tulajdonságai.   A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban.   * Merőleges vektorok skaláris szorzata.   Szükséges és elégséges feltétel.   * Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével. | | | *Fizika*: munka, elektromosságtan. | |
| A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével.  Alakzatok adatainak meghatározása.  Szinusztétel.  Koszinusztétel.  A tételek pontos kimondása, bizonyítása.  Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel.  Ábra és terv készítése a számítási feladatokhoz.  Szögtávolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban.  Bizonyításokban egyszerű gondolatmenet követése.  Számológép használata. | | | *Földrajz*: távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok. | |
| Szögfüggvények közötti összefüggések.   * Szögfüggvényekről tanultak ismétlése. * Trigonometrikus függvények. * Összefüggések a szögfüggvények között.   Addíciós tételek:   * két szög összegének és különbségének szögfüggvényei. * egy szög kétszeresének szögfüggvényei.   A trigonometrikus azonosságok megértése, használata, az alkalmas összefüggés megtalálása.  Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában. | | | *Informatika:* számítógépes program használata. | |
| Trigonometrikus egyenletek.  Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet megoldásához.  Az összes megoldás megkeresése.  Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata. | | | *Fizika*: rezgőmozgás; adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Skaláris szorzat. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **3. Koordinátageometria** | | **Órakeret 28 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Koordinátarendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok  koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Két pont távolsága.  A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Vektor abszolútértékének kiszámítása.  Két vektor hajlásszöge.  Skaláris szorzat használata. | | |  | |
| Szakasz felezőpontjának, harmadolópontjának koordinátái.  Szakasz osztópontjának koordinátái.  A háromszög súlypontjának koordinátái.  Elemi geometriai ismeretek alkalmazása, vektorok használata, koordinátákkiszámolása. | | | *Fizika*: alakzatok tömegközéppontja. | |
| Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens.  A különböző jellemzők közötti kapcsolat értése, használata. | | | *Fizika:* mérések értékelése. | |
| Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele.  Az egyenes egyenlete:   * normálvektoros egyenlet; * iránytényezős egyenlet.   Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.  A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása.  Két egyenes metszéspontja.  Egyenletrendszerek megoldási módszereinek felidézése.  Pont és egyenes távolsága.  Két egyenes szöge.  Skaláris szorzat használata. | | | *Informatika:* számítógépes program használata. | |
| A kör egyenlete.  Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében.   * A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet. * Kör és egyenes kölcsönös helyzete. * A kör egy adott pontjában húzott érintőjének egyenlete. * A kör érintőjének egyenlete. * Két kör közös pontjainak meghatározása.   Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.  A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió. | | | *Informatika:* számítógépes program használata. | |
| Ponthalmazok a koordinátasíkon.  Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek vizsgálata, ábrázolása. | | |  | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **4. Gondolkodási módszerek, halmazok, kombinatorika** | | **Órakeret 10 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Skatulyaelv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | Kombinatorikai módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Kombinatorika  Permutáció – ismétlés nélkül és ismétléssel.  Variáció – ismétlés nélkül és ismétléssel.  Kombináció – ismétlés nélkül.  Összeszámlálások vegyes kombinatorikai feladatokon keresztül.Jelek használata: n!, .  Binomiális együtthatók néhány alapvető tulajdonsága.  Pascal-háromszög vizsgálata, állítások, sejtések megfogalmazása, igazolása.  *Matematikatörténet*: Blaise Pascal, Erdős Pál. | | | *Biológia-egészségtan*: genetika. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Permutáció, variáció, kombináció, binomiális együttható. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **5. Statisztika, valószínűség** | | **Órakeret 10 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására. | | |
| **Ismeretek és fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Statisztikai mintavétel.  Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.  Ismeretek mozgósítása: a minta terjedelme. Átlag, medián, módusz, szórás.  Közvélemény-kutatás. Minőségellenőrzés. | | | *Informatika*: táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata.  *Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:* választások.  *Földrajz*: statisztikai évkönyv. | |
| Véletlen jelenségek megfigyelése.  A modell és a valóság kapcsolata.  Klasszikus valószínűségi modell.  A tanult kombinatorikai módszerek használata.  A valószínűség becslése, számolása.  *Matematikatörténet*: Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál. | | |  | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje. | | | |

|  |  |
| --- | --- |
| **A fejlesztés várt eredményei és a továbbhaladás feltételei a** **11. évfolyam végén** | *Gondolkodási és megismerési módszerek*   * A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. * Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. * Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. * Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. * A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.   *Számelmélet, algebra*   * A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. * A logaritmus fogalmának ismerete. * A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. * Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. * Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. * A számológép biztos használata.   *Geometria*   * Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete. * Két vektor skaláris szorzata alkalmazása. * Forgásszögekszögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. * Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. * Valós problémákhoz geometriai modell alkotása. * A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a  koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.   *Függvények, az analízis elemei*   * Az exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. * Függvénytranszformációk alkalmazása. * Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata.   *Valószínűség, statisztika*   * Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. * A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása. * Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása. |

**12. évfolyam**

**Óraszám: 120 óra/év ? (124 óra/hét)**

**4 óra/hét**

**Az éves óraszám felosztása**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Sorszám** | **Témakör** | **Óraszám** |
| **1.** | **Gondolkodási módszerek, matematikai logika, gráfok** | **6 óra** |
| **2.** | **Felszín-, és térfogatszámítás** | **27 óra** |
| **3.** | **Sorozatok** | **20 óra** |
| **4.** | **Algebra, számelmélet (rendszerező összefoglalás)** | **22 óra** |
| **5.** | **Függvény, sorozat (rendszerező összefoglalás)** | **12 óra** |
| **6.** | **Geometria, mérés (rendszerező összefoglalás)** | **20 óra** |
| **7.** | **Érettségi feladatok gyakorlása** | **5 óra** |
| **8.** | **Összefoglalás, számonkérés** | **8 óra** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **1. Gondolkodási módszerek, matematikai logika, gráfok** | | **Órakeret 6 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita. Sorbarendezési és kiválasztási feladatok, gráf használata feladatmegoldásban. Gráf, csúcs, él, fokszám. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
|  | | |  | |
| Matematikai logika  Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.  A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.  Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata.  *Matematikatörténet*: Varga Tamás, Pólya György. | | |  | |
| Gráfok  Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám.  Gráfok alkalmazása leszámolási feladatokban – rendszerező ismétlés.  Fagráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf szemléletes fogalma, felhasználásuk feladatmegoldásokban.  Fokszámra és élek számára vonatkozó összefüggések ismerete.  *Matematikatörténet*: Euler. | | |  | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia.  Fagráf, körgráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf. Fokszám. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **2.. Térgeometria, felszín, térfogat** | | **Órakeret 27 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Térelemek illeszkedése, távolsága, szöge. Térbeli testek jellemzői: csúcs, lap, átló, felszín, térfogat. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti hátterük megteremtése. A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| Térelemek.  Két kitérő egyenes hajlásszöge.  Síkra merőleges egyenes.  Egyenes és sík hajlásszöge.  Két sík hajlásszöge.  Pont távolsága síktól.  Két párhuzamos sík távolsága.  Két kitérő egyenes távolsága.  A fogalmak bemutatása modelleken és a környezetünk tárgyain.  Modellezőkészletek használata.  Digitális technikák használata térbeli ábrák megjelenítéséhez*.* | | | *Vizuális kultúra*: axonometria. | |
| Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. Síkidomok kerülete, területe.  Képi emlékezés, ismeretek felidézése.  Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás*.* | | |  | |
| Testek, szabályos testek.  Térbeli modellek használata, készítése.  Számítógép használata ábrázoláshoz.  Ábrakészítés térbeli testekről. | | | *Informatika*: számítógépes szimulációs program használata. | |
| A térfogatszámítás alapelvei.  Mérőszám és mértékegység. | | |  | |
| Egyenes hasáb felszíne, térfogata.  Forgáshenger felszíne, térfogata.  Az összefüggések alkalmazása változatos térgeometriai feladatokban, gyakorlati alkalmazások. | | | *Informatika*: számítógépes program használata. | |
| A kúp felszíne, térfogata.  A közelítés szemléletes fogalma.  Csonkagúla, csonkakúp.  A csonkagúla, csonkakúp térfogata és felszíne.  A hasonlóság alkalmazása.  A gömb térfogata és felszíne.  Térgeometriai ismeretek alkalmazása.  *Matematikatörténet*: Cavalieri. | | | *Vizuális kultúra:* építészet.  *Biológia-egészségtan:* keringéssel kapcsolatos számítási feladatok. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Felszín, térfogat, hengerszerű test, kúpszerű test, csonkagúla, csonkakúp. | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | | **3. Sorozatok** | | **Órakeret 20 óra** |
| **Előzetes tudás** | | Számtani sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | | A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | | **Kapcsolódási pontok** | |
| A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása.  Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat.  *Matematikatörténet*: Fibonacci*.* | | | *Informatika*: algoritmusok. | |
| Számtani sorozat.  A számtani sorozat *n*-edik tagja.  A számtani sorozat első *n* tagjának összegének kiszámítási módja.  A számtani közép tulajdonság.  Számítási feladatok a számtani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására.  Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal.  *Matematikatörténet*: Gauss. | | |  | |
| Mértani sorozat.  A mértani sorozat *n*-edik tagja.  A mértani sorozat első *n* tagja összegének kiszámítási módja.  A mértani közép tulajdonság.  Számítási feladatok a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására.  Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal.  Exponenciális folyamatok a természettudományban és a társadalomtudományokban. | | | *Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz, történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek*: exponenciális folyamatok. | |
| Gyakorlati alkalmazások – kamatszámítás.  Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék*.* | | | *Földrajz*: világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat. | | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Tematikai egység/ Fejlesztési cél** | **Rendszerező összefoglalás** | | **Órakeret 54 óra** |
| **Előzetes tudás** | A 4 év matematika anyaga. | | |
| **A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai** | Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben.  A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása.  A matematika épülésének folyamatába történő betekintés a matematikatörténet néhány fejezetének, nagy egyéniségének megismerésével. | | |
| **Ismeretek/fejlesztési követelmények** | | **Kapcsolódási pontok** | |
| *Gondolkodási módszerek.*  Halmazok.  Számhalmazok.  A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata.  A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése.  Logikai ismeretek.  A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.  A matematikában tanult módszerek.  A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv.  Kombinatorika, gráfelmélet.  A sorbarendezési és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során. | |  | |
| ***Számelmélet, algebra****.*  Számhalmazok.  A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.  Algebrai alapfogalmak, azonosságok.  Átalakítások algebrai kifejezésekkel.  A zsebszámológép használata.  Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek.  Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele.  Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. | |  | |
| ***Geometria.***  Mérés és mérték.  A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt.  A geometriai szerkesztések.  Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata.  A geometriai transzformációk.  A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben.  A háromszögekre vonatkozó ismeretek.  A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek.  Körre vonatkozó ismeretek.  Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése.  Trigonometria.  Vektorok, koordinátageometria.  A trigonometria és a koordinátageometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti. | |  | |
| ***Sorozatok, függvények.***  Függvények grafikonjai, jellemzésük.  Függvénytranszformációk.  Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapjainkban.  Számtani és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás. | | *Informatika*: számítógépes program használata. | |
| ***Statisztika, valószínűség.***  Adatsokaságok elemzése.  Véletlen jelenségek vizsgálata.  Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése.  A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. | | *Informatika*: táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata. | |
| ***Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok.***  Néhány matematikatörténeti szemelvény.  A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése.  Pl. nem euklideszi geometria – Bolyai János, Bolyai Farkas; nagy Fermat-tétel, számítógépek fejlődése – Neumann János…  A matematika néhány filozófiai kérdése.  A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői.  Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma. | | *Informatika*: könyvtárhasználat, internethasználat. | |

|  |  |
| --- | --- |
| **A fejlesztés várt eredményei és az érettségire bocsátás feltételei a 12. évfolyam végén.** | *Gondolkodási és megismerési módszerek*   * A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. * Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. * Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. * Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. * A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. * A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.   *Számelmélet, algebra*   * A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. * A logaritmus fogalmának ismerete. * A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. * Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése. * Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása. * A számológép biztos használata.   *Geometria*   * Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete. * Két vektor skaláris szorzata alkalmazása. * Forgásszögekszögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. * Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. * Valós problémákhoz geometriai modell alkotása. * A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a  koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. * Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. * Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.   *Függvények, az analízis elemei*   * Az exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. * Függvénytranszformációk alkalmazása. * Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata. * A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása. * Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.   *Valószínűség, statisztika*   * Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. * A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása. * Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.   A matematikai tanulmányok végére a tanulók önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.  Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.  Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi kérdésekben).  Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.  Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.  A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.  A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.  A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.  Rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire. |