

A Gárdonyi Géza Ciszterci Gimnázium és Kollégium

Nyolcosztályos gimnáziumi képzés (8 év)

helyi tanterve

MATEMATIKA

Eger, 2020. augusztus 1.

MATEMATIKA

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a

többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségeihez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell

fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknak azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve pl. vegyész, grafikus, szociológus) ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak a tanulóknak gondolkodtató, kreativitást

igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Az iskola tankönyvválasztásának szempontjai

A matematika munkaközösség tagjai a tankönyvek, taneszközök kiválasztásánál a következő szempontokat veszik figyelembe:

- a taneszköz feleljen meg az iskola helyi tantervének;
- a taneszköz legyen jól tanítható, jól tanulható;
- a taneszköz nyomdai kivitelezése legyen alkalmas a tantárgy óraszámának és igényeinek megfelelő használatra több tanéven keresztül;
- a taneszköz minősége, megjelenése legyen alkalmas a diákok esztétikai érzékének fejlesztésére, nevelje a diákokat igényességre, precíz munkavégzésre, a taneszköz állapotának megóvására;

Előnyben kell részesíteni azokat a taneszközöket:

- amelyek több éven keresztül használhatók;
- amelyek egymásra épülő tantárgyi rendszerek, tankönyvcsaládok, sorozatok tagjai;
- amelyekhez megfelelő nyomtatott kiegészítő taneszközök állnak rendelkezésre (pl. munkafüzet, tudásszintmérő, feladatgyűjtemény, gyakorló);
- amelyekhez rendelkezésre áll olyan digitális tananyag, amely interaktív táblán segíti az órai munkát feladatokkal, 3D modellek, grafikonrajzoló, statisztikai programok, interaktív feladatok, számonkérési lehetőségek, játékok stb. segítségével.
- amelyekhez olyan hozzáférés biztosított, amely az iskolában használt digitális eszközöket és tartalmakat interneten keresztül a diákok otthoni tanulásához is nyújtani tudja.

Értékelés

Az értékelés során az ismeretek megszerzésén túl vizsgálni kell, hogyan fejlődött a tanuló absztrakciós, modellalkotó, lényeglátó és problémamegoldó képessége. Meg kell követelni a jelenségek megfigyelése és a kísérletek során szerzett tapasztalatok szakszerű megfogalmazással való leírását és értelmezését. Az értékelés kettős céljának megfelelően mindig meg kell találni a helyes arányt a formatív és a szummatív értékelés között. Fontos szerepet kell játszania az egyéni és csoportos önértékelésnek, illetve a diáktársak által végzett értékelésnek is. Törekedni kell arra, hogy a számonkérés formái minél változatosabbak, az életkornak megfelelőek legyenek. A hagyományos írásbeli és szóbeli módszerek mellett a diákoknak lehetőséget kell kapniuk arra, hogy a megszerzett tudásról és a közben elsajátított képességekről valamely konkrét, egyénileg vagy csoportosan elkészített termék létrehozásával is tanúbizonyságot tegyenek.

Formái:

- szóbeli felelet,
- feladatlapok értékelése,
- tesztek, dolgozatok osztályozása,
- rajzok készítése,
- modellek összeállítása,
- számítási feladatok megoldása,
- kiselőadások tartása,
- munkafüzeti tevékenység megbeszélése,
- poszter, plakát, prezentáció készítése előre megadott szempontok szerint,
- házi feladat ellenőrzése és értékelése

5–6. évfolyam

A nyolcosztályos gimnáziumok matematika kerettanterve az egyes témaköröket az általános iskolában a szokásosnál mélyebben tárgyalja, néhány ismerettel korábban foglalkozik. Ugyanakkor a fogalmak kialakítására, megerősítésére ebben az iskolatípusban is különös gondot fordítunk, kellő időt szánunk, a későbbi években sok témára magasabb szinten visszatérünk. Az erre az életkorra jellemző érdeklődést, kíváncsiságot, játékoságot felhasználjuk a megismerési, tanulási folyamatban. Gyakran indulunk ki konkrét tevékenységekből, a tapasztalatok elemzéséből, játékból.

Az 5–6. évfolyam fontos feladata a biztos számolási készség kialakítása. Támaszkodunk az alsó tagozaton szerzett ismeretekre, fokozatosan bővítjük azt a számkört, amelyben műveleteket végzünk. Számolunk fejben és írásban az egész számok és a racionális számok halmazán, a megszerzett tudást alkalmazzuk a mindennapi életben. Szöveges feladatokat oldunk meg, a hétköznapi és gyakorlati problémákat megfogalmazzuk a matematika nyelvén. A várható eredményekre becsléseket adunk, megoldásunkat ellenőrizzük. A geometria témakörben méréseket, szerkesztéseket végzünk, egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat ismerünk meg. A konkrét tárgyak vizsgálata a térszemlélet fejlesztését jelenti, amely része az esztétikai nevelésnek is. A geometriai transzformációk megismeréséhez tevékenységeken keresztül jutunk el.

A matematikai gondolkodásmódot fel kell használni a problémamegoldások során. Ehhez szükséges megfelelő szemléltető ábrákat, diagramokat, grafikonokat készíteni, ilyeneket értelmezni, elemezni és felhasználni; halmazokat jellemezni, szabályszerűségeket észrevenni, általánosító sejtéseket, állításokat megfogalmazni, igazságtartalmukat vizsgálni.

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladatunk. Ehhez szükséges másokkal problémamegoldásban együttműködni, gondolatainkat, a megismert fogalmakat rendszerezni. A modellalkotás fontos eszköz, amely segítséget nyújt a problémák megoldásában. Fontos, hogy a tanulók a modellalkotásaik során a megértett és megtanult fogalmakat és eljárásokat fel tudják használni és a modelljeikbe szervesen be tudják építeni. Szükséges, hogy problémahelyzetet leíró szöveg alapján a probléma lényegét felismerjék, majd annak megfelelő, a probléma megoldását elősegítő modelleket alkossanak. Fokozatosan fejlesztjük a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását.

Az értékelés változatos módszereit alkalmazzuk. Ebben az életkorban a legkisebb teljesítményt is észrevesszük, a szóbeli dicséret ösztönző erejére is építünk.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményező-készség, másokkal való együttműködés készsége).

5. évfolyam

Óraszám: 136 óra/év
4 óra/hét

Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Halmazok	2 óra
2.	Matematikai logika, kombinatorika	3 óra
3.	Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	8 óra
4.	Alapműveletek természetes számokkal	12 óra
5.	Egész számok, alapműveletek egész számokkal	14 óra
6.	Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	8 óra
7.	Alapműveletek közönséges törtekkel	12 óra
8.	Alapműveletek tizedes törtekkel	16 óra
9.	Egyszerű szöveges feladatok	8 óra
10.	Sorozatok	5 óra
11.	Mérés és mértékegységek	10 óra
12.	Síkbeli alakzatok	12 óra
13.	Transzformációk, szerkesztések	12 óra
14.	Térgeometria	8 óra
15.	Leíró statisztika	3 óra
16.	Valószínűségszámítás	3 óra
	Összesen	136 óra

Témakör/ Fejlesztési cél	1. Halmazok	Órakeret 4 óra
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata – halmaz, alaphalmaz, részhalmaz. Adatok elhelyezése halmazábrában.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Halmazok Halmazok megadása, részhalmaz, komplementer halmaz. Adott tulajdonság alapján elemeket csoportba foglalunk: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről. Halmazok megadása elemek felsorolásával. Halmazábra használata. Két véges halmaz közös része. Két véges halmaz egyesítése.		<i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tárgyak kiválasztása.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes	

Témakör/ Fejlesztési cél	2. Matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 3 óra
A témakörnevelési-fejlesztési céljai	Állítások megfogalmazása, igazságtartalmának eldöntése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Matematikai logika Logikai állítások. Igaz, hamis állítás. És; vagy. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről. Definíciók megértése, alkalmazása. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Vitakultúra fejlesztése.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Tanuljunk érvelni!

Témakör/ Fejlesztési cél	3. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	Órakeret 8 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tízes számrendszer fogalmának elmélyítése. Elemek csoportosítása más számrendszerben is. A számegyenes használata, alkalmas egység megválasztása.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A tízes számrendszer. A számfogalom fejlesztése milliós számkörben. Helyi érték, alaki érték ismerete, számok kiolvasása. A számok helyesírásának ismerete. Kapcsolat a kombinatorikával (számok kirakása). Kapcsolat a mindennapi élettel (pénzegységek, mértékegységek átváltása). <i>Matematikatörténet:</i> A számírás kialakulása, római számok.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a magyar helyesírás alapelvei.</p>
<p>A számegyenes. Számok összehasonlítása. Számok elhelyezése számegyenesen. Megfelelő beosztás választása. Kerekítés, becslés. A kerekítés szabályainak ismerete.</p>	

Témakör/ Fejlesztési cél	4. Alapműveletek természetes számokkal	Órakeret 12 óra
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	<p>A tízes számrendszer fogalmának elmélyítése. Elemek csoportosítása más számrendszerben is. A számegyenes használata, alkalmas egység megválasztása. A műveletek biztos elvégzésének erősítése – fejből és írásban. Műveleti tulajdonságok felismerése, alkalmazása.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A tízes számrendszer. Kapcsolat a kombinatorikával (számok kirakása). Kapcsolat a mindennapi élettel (pénzegységek, mértékegységek átváltása). <i>Matematikatörténet:</i> A számírás kialakulása, római számok.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a magyar helyesírás alapelvei.</p>
<p>Összeadás, kivonás, szorzás. Osztás, maradékos osztás. Műveletek elvégzése fejből és írásban. A tanulók gyakorlati feladatokban ismerjék fel, hogy melyik művelet alkalmazására van szükség. Műveletek ellenőrzése. Az 1 és a 0 a szorzásban és az osztásban. Műveletek tulajdonságai, zárójelek használata, műveletek sorrendje. Műveleti sorrend, ha a kifejezés nem tartalmaz zárójelet. Tagok, tényezők felcserélhetőek, csoportosíthatóak. Zárójelek szerepének felismerése. Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel. Alkalmazásuk mértékegységek átváltása során.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.</p>

Számrendszerek. A tízestől különböző számrendszerek kialakítása. <i>Matematikatörténet: 12-es, 60-as számrendszer.</i>	<i>Informatika: 2-es számrendszer.</i>
--	--

Témakör/ Fejlesztési cél	5. Egész számok, alpműveletek egész számokkal	Órakeret 14 óra
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Ellentétes mennyiségek fogalmának mélyítése. Mennyiségi jellemzők kifejezése negatív számokkal. Műveletvégzés az egész számok halmazán. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata az egész számok halmazán.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A negatív szám. Számkörbővítés: miért van szükségünk egész számokra? Ellentétes mennyiségek ismerete, felfedezése az életünkben. Egy szám ellentettje, abszolútértéke. Nagyobb, kisebb fogalma az egész számok körében. Egész számok a számegyenesen. A számegyenest segédeszközként használjuk a fogalmak megértésére, a szükséges absztrakció érdekében.	<i>Természetismeret:</i> hőmérséklet, időjárás-jelentés, tengerszint feletti magasság. <i>Történelem,</i> <i>társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> időszámítás – i.e.
A derékszögű koordináta-rendszer. I., II., III., IV. síknegyed. Első jelzőszám, második jelzőszám. A jelzőszámok nem cserélhetőek fel. Példák: színházjegy, sakk, táblázatok.	<i>Természetismeret:</i> helymeghatározás, térképek.
Egész számok összeadása, kivonása, szorzása, osztása. A műveletek elvégzése előtt a várható eredmény, és előjelének becslése. A kivonás átírható összeadásra. Többtagú kifejezések összevonása. Zárójelek használata, műveleti sorrend. Számítógép használata: gyakorlás a digitális tudásbázis segítségével.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték, koordináta-rendszer, síknegyed, első, második jelzőszám.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Közöséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	Órakeret: 8 óra
A témakör nevelési- fejlesztési céljai	A törtek jelentésének megalapozása, elmélyítése. Törtek többféle alakjának ismerete.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A törtek értelmezése. Törtek kétféle értelmezése – felismerés szöveges környezetben. Törtek ábrázolása a számegyenesen.	<i>Ének-zene:</i> a hangjegyek értékének és a törtszámoknak a kapcsolata.
A tizedestörtek értelmezése, használata. Tizedestörtek jelentése, kiolvasása, leírása. Helyiérték-táblázat használata. Mértékegységek kifejezése tizedestörtekkel: dm, cl, mm... Tizedestörtek a számegyenesen. Tizedestörtek leolvasása a számegyenesről. Tizedestörtek elhelyezése a számegyenesen. Mérés a milliméter beosztású vonalzóval, mérőszalaggal.	<i>Természetismeret:</i> hosszúságmérés.

Témakör/ Fejlesztési cél	7. Alapműveletek közöséges törtekkel	Órakeret 12 óra
A témakör nevelési- fejlesztési céljai	A törtek jelentésének megalapozása, elmélyítése. Törtek többféle alakjának ismerete. Műveletvégzés a törtszámok körében.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Törtek egyszerűsítése, bővítése. Közöséges tört, vegyes tört. Az egyszerűsítés és a bővítés tudatos alkalmazása. Törtek összehasonlítása egyenlő nevezőjű, egyenlő számlálójú törtek esetében.	<i>Ének-zene:</i> a hangjegyek értékének és a törtszámoknak a kapcsolata.
Törtek összeadása, kivonása. Közös nevező keresése. Tört szorzása, osztása természetes számmal. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igénye, a becslés képességének fejlesztése. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata, műveleti sorrend.	

Témakör/ Fejlesztési cél	8. Alapműveletek tizedes törtekkel	Órakeret 16 óra
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	A tizedes törtek jelentésének megalapozása, elmélyítése. Törtek többféle alakjának ismerete. Műveletvégzés a tizedes törtek körében.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Tizedestörtek egyszerűsítése, bővítése. A tizedestört végére nullákat írhatunk, illetve a szám végén lévő nullákat elhagyhatjuk.</p> <p>Tizedestörtek összehasonlítása. Számegyeneset használva és a szám írott alakja alapján összehasonlítunk. Matematikai jelek használata ($<$, $>$, $=$).</p> <p>Tizedestörtek kerekítése.</p>	<p><i>Természetismeret:</i> hosszúságmérés.</p>
<p>Tizedes törtek összeadása, kivonása. Tizedes törtek szorzása, osztása természetes számmal. A műveletek elvégzése fejben kisebb számokon. A műveletek eredményének előzetes becslése, írásbeli elvégzése. A műveletek ellenőrzése.</p> <p>Tizedes törtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel. Alkalmazás a mértékegységekkel való számolásban: kerület, terület.</p> <p>A racionális számok halmaza. Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek</p>	<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> statisztikai adatok.</p>
<p>Mérés, mértékegységek. Hosszúság, tömeg, idő mérése, mértékegységek. Mérések elvégzése csoportmunkában, együttműködés a társakkal.</p>	<p><i>Természetismeret:</i> mérés, mértékegységek.</p>

Témakör/ Fejlesztési cél	9. Egyszerű szövegek feladatok	Órakeret 8 óra
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása. Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
--	----------------------------

<p>Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különbéféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással</p> <p>Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különbéféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással</p> <p>A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különbéféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással</p> <p>A megoldás ellenőrzése</p> <p>Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése</p>	<p>Kémia, fizika: szöveges feladatok értelmezése</p>
--	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	10. Sorozatok	Órakeret 5 óra
A témakör nevelési- fejlesztési céljai	<p>Szabályfelismerés, szabálykövetés. Növekvő és csökkenő számsorozatok.</p> <p>Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése. Táblázat adatainak értelmezése.</p> <p>Sorozat megadása szabállyal. A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényszemlélet előkészítése.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Sorozatok.</p> <p>Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint.</p> <p>Sorozatok készítése.</p> <p>Algoritmusok játékokon keresztül.</p> <p><i>Matematikatörténet: Gauss.</i></p>	<p><i>Technika, életvitel, gyakorlat:</i> osztálynévsor, tornasor.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	11. Mérés és mértékegységek	Órakeret 10 óra
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Hosszúság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Négyzet, téglalap kerülete – mérés, számítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel. A test és a síkidom közötti különbség megértése. Kocka, téglatest, felismerése, létrehozása, jellemzői.</p> <p>Hosszúság mérésének gyakorlása – mérőeszközök használata, becslés. A kerület meghatározása méréssel és számolással. Számolási készség fejlesztése. Mértékegységek használata, átváltása. A felszín és a térfogat meghatározása.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A kerület mérése, mértékegységei.</p> <p>A téglalap, a négyzet, kerülete.</p> <p>Adott alakzatok kerületének meghatározása méréssel, számolással.</p> <p>Méterrúd, mérőszalag használata.</p>	
<p>A terület mérése, mértékegységei.</p> <p>A téglalap, négyzet, területe.</p> <p>Adott alakzatok területének meghatározása - az adott egységgel összehasonlítunk, közelítünk, számolunk.</p> <p>Mérőeszközök használata.</p> <p>A téglatest hálójára, felszíne.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> számítások tapétázáshoz, csempézéshez.</p> <p><i>Vizuális kultúra:</i> díszítőminták periodikus ismétlése.</p>
<p>A térfogat, úrtartalom mérése.</p> <p>Mértékegységek.</p> <p>A téglatest térfogata.</p> <p>Üvegek, üdítős dobozok térfogata.</p>	
<p>Testek építése, ábrázolása.</p> <p>Építőjátékok használata.</p> <p>Térszemlélet fejlesztése.</p>	

Témakör/ Fejlesztési cél	12. Síkbeli alakzatok	Órakeret 12 óra
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Tételek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. Körző, vonalzó, szögmérő használata, szerkesztés. Esztétikai érzék fejlesztése. Sokszögek belső és külső szögeinek mérése, szögek összegének meghatározása. Kör vizsgálata.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Pont, egyenes, sík, félegyenes, szakasz, szögtartomány. Síkídom, sokszög, oldal, átló, konvexitás. A környezetünkben lévő tárgyakon ismerjük fel a vizsgált geometriai fogalmakat. Test, csúcs, él, lap. Testek építése, szemléltetése.	
Merőleges egyenesek. Párhuzamos egyenesek. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése vonalzóval. Ponthalmazok távolsága. Két pont, pont és egyenes, távolsága. Két egyenes távolsága. Kitérő egyenesek.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: vízszintező, mérőőn.</i>
A szög. Szögek fajtái. A szög jelölése, betűzése, görög betűk. Nullszög, hegyesszög, derékszög, tompaszög, egyenesszög, homorúszög, teljesszög. Szögmérés szögmérővel. Fok, szögperc, szögmásodperc.	
Kör. Sugár, átmérő, húr, szelő, érintő. Körív, körcikk, körszelet. A fogalmak felismerése környezetünk tárgyain. Díszítőminták szerkesztése körzővel.	<i>Hon- és népismeret: népművészeti motívumok.</i> <i>Természetismeret földgömb.</i>

Témakör/ Fejlesztési cél	13. Transzformációk, szerkesztések	Órakeret 10 óra
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Szakaszfelező merőleges, szögfelező szerkesztése. Háromszög beírt és köré írt körének szerkesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben</p> <p>Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben</p> <p>Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás</p> <p>Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése</p> <p>Távolsággal jellemzett ponthalmazok:</p> <ul style="list-style-type: none"> – adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza – síkban és térben (kör és gömb); – két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza a síkban (szakaszfelező merőleges, szögfelező). 	
<p>Szerkesztési feladatok: a háromszög oldalflező merőlegesei, szögfelezői.</p> <p>Az állítások megsejtése, kimondása szerkesztési tapasztalatok alapján.</p>	

Témakör/ Fejlesztési cél	14. Térgeometria	Órakeret 8 óra
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése</p> <p>Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló</p> <p>Testek közül gömb kiválasztása</p> <p>Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján</p> <p>Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése</p> <p>Téglatest (kocka) felszínek és térfogatának kiszámítása.</p>	

Témakör/ Fejlesztési cél	15. Leíró statisztika	Órakeret 3 óra
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása Adatok gyűjtése, értelmezése, jellemzése. Valószínűségi játékokon és kísérleteken keresztül a valószínűség fogalmának alapozása.	

Ismeretek és fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Adatok ábrázolása. Adatok gyűjtése, elemzése. Oszlopdiagram, vonaldiagram, kördiagram elemzése.</p> <p>Átlag. Az átlag kiszámítása, értelmezése.</p>	<p><i>Természetismeret:</i> Népeség alakulása, összetétele. <i>Technika, életvitel és gyakorlat;</i> <i>természetismeret:</i> láz mérés, lázgörbe.</p>

Témakör/ Fejlesztési cél	16. Valószínűség számítás	Órakeret 3 óra
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	<p>Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések - biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos állítások.</p> <p>Valószínűségi játékokon és kísérleteken keresztül a valószínűség fogalmának alapozása..</p>	

Ismeretek és fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek</p> <p>Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése</p> <p>A „biztos”, a „lehetőséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése.</p>	

<p>A fejlesztés várt eredményei és a továbbhaladás feltételei az 5. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. – Részhalmaz alkotása. – Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. <p><i>Számelmélet és algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása olvasása, összehasonlítása. – Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása. – Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolútérték meghatározása. – Törtszám fogalmának ismerete, törttekkel végzett műveletek elvégzése. – Számegetlen használata, koordináta-rendszer ismerete.
---	---

	<ul style="list-style-type: none"> – Mérés a gyakorlatban; mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), mérőeszközök használata; becslés. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Térelemek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. – Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása, szög másolása, szakaszfelezés, szögfelezés, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. – Kerület és terület mérése, mértékegységeinek ismerete, átváltása. – Téglatest felszínének, térfogatának számítása. – Szakaszfelező merőlegesek, szögfelezők szerkesztése. <p><i>Sorozatok, függvények</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. – Egyszerű grafikonok értelmezése. <p><i>Statisztika, valószínűség</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. – Néhány szám számtani közepének kiszámítása. – Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.
--	---

6. évfolyam

Óraszám: 136 óra/év
4 óra/hét

Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	8 óra
2.	Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	10 óra
3.	Alapműveletek természetes számokkal	6 óra
4.	Egész számok, alapműveletek egész számokkal	8 óra
5.	Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	6 óra
6.	Alapműveletek közönséges törtekkel	10 óra
7.	Alapműveletek tizedes törtekkel	8 óra
8.	Arányosság, százalékszámítás	12 óra
9.	Egyszerű szöveges feladatok	12 óra
10.	A függvény fogalmának előkészítése, sorozatok	10 óra
11.	Mérés és mértékegységek	6 óra
12.	Síkbeli alakzatok	14 óra
13.	Transzformációk, szerkesztések	12 óra
14.	Térgeometria	6 óra
15.	Leíró statisztika	4 óra
16.	Valószínűségszámítás	4 óra
	Összesen	136 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának vizsgálata. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata – halmaz, alaphalmaz, részhalmaz. Adatok elhelyezése halmazábrában. Állítások megfogalmazása, igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása – módszeres próbálgatással.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Halmazok Üres halmaz, egyenlő halmazok. Adott tulajdonság alapján elemeket csoportba foglalunk: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről. Halmazok megadása elemek felsorolásával. Halmazábra használata. Halmazműveletek elvégzése véges halmazokon. Halmazok uniója, metszete.		<i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tárgyak kiválasztása.
Matematikai logika Logikai állítások. Igaz, hamis állítás. És; vagy. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről. Definíciók megértése, alkalmazása. Állítások igazságtartalmának eldöntése. Vitakultúra fejlesztése.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Tanuljunk érvelni! <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés, lényegkiemelés fejlesztése
Kombinatorika Sorba rendezések. Kiválasztások. Néhány elem sorba rendezése. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, egyesítés, közös rész, IGAZ, HAMIS, ÉS, VAGY, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen, legalább, legfeljebb	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Osztas, osztó, maradékos osztás, többszörös fogalma. Páros, páratlan számok	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Az osztó, többszörös fogalmának elmélyítése. Számolási készség fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Osztó, többszörös. Osztók meghatározása, osztópárok, valódi osztók. Osztók, többszörösök halmaza – halmazábra készítése. Táblázat, grafikon az osztók számáról. Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás.</p>		<p><i>Természetismeret:</i> ciklusok a természetben.</p>
<p><i>Matematikatörténet:</i> Eratoszthenész szitája. Oszthatósági szabályok. 2-vel, 4-gyel, 8-cal, 5-tel, 25-tel, 125-tel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság eldöntése a szám végződése alapján. 3-mal, 9-cel való oszthatóság eldöntése a számjegyek összege alapján.</p>		
<p>Közös osztók. Közös többszörösök. Közös osztók, közös többszörösök meghatározása konkrét számok esetén. A tanult ismeretek alkalmazása törtek egyszerűsítésére, bővítésére.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Osztó, osztandó, hányados, maradék. Prímszám, összetett szám. Közös osztó, közös többszörös.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Alapműveletek természetes számokkal 4. Egész számok, alapműveletek egész számokkal	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	<p>Számok írása, olvasása. Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Negatív számok a mindennapi életben (hőmérséklet, adósság). Számok helye a számegyenesen. Számszomszédok, kerekítés. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása. Matematikai jelek: +, -, •, :, =, <, >, (). A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Fejben számolás százaskörben. A szorzó- és bennfoglaló tábla biztos tudása. Összeg, különbség, szorzat, hányados fogalma. Műveletek tulajdonságai, tagok, illetve tényezők felcserélhetősége. Műveleti sorrend. Négyjegyű számok összeadása, kivonása, szorzás egy- és kétjegyű, osztás egyjegyű számmal írásban. Műveletek ellenőrzése.</p>	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Biztos számfogalom kialakítása. Számolási készség fejlesztése. A műveleti sorrend használatának fejlesztése, készségszintre emelése.</p> <p>Matematikai úton megoldható probléma megoldásának elképzelése, becslés, sejtés megfogalmazása; megoldás után a képzeltek és tényleges megoldás összevetése.</p> <p>Pénzügyi ismeretek alapozása.</p> <p>Ellenőrzés, önellenőrzés, az eredményért való felelősségvállalás.</p>
---	--

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Természetes számok milliós számkörben, egészek.</p> <p>Alaki érték, helyi érték, valódi érték.</p> <p>Számlálás, számolás. Hallott számok leírása, látott számok kiolvasása.</p> <p>Számok ábrázolása számegyenesen.</p> <p>Negatív szám értelmezése:</p> <ul style="list-style-type: none"> – adósság, – fagypon alatti hőmérséklet, – számolások az időszalagon, <p>földrajzi adatok (magasságok, mélységek).</p> <p>Összeadás, kivonás szóban, (fejben) és írásban, szemléltetés számegyenesen.</p> <p>Ellentett, abszolút érték.</p> <p>Alapműveletek negatív számokkal. Több tag összege, különbsége.</p> <p>Több egész szám szorzása, osztása, műveletek sorrendje.</p>	<p><i>Természetismeret; hon- és népismeret:</i> földrajzi adatok vizsgálata.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> időtartam számolása időszámítás előtti és időszámítás utáni történelmi eseményekkel</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	egész szám, negatív szám, előjel, ellentett, abszolútérték,

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok	Órakeret: 6 óra
Előzetes tudás	Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek megnevezése, lejegyzése szöveggel, előállítás hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.	
A témakör nevelési- fejlesztési céljai	A törtek jelentésének megalapozása, elmélyítése. Törtek többféle alakjának ismerete.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Közönséges tört fogalma.</p> <p>A közönséges tört szemléltetése, kétféle értelmezése, felismerése szöveges környezetben.</p> <p>Tizedes tört fogalma.</p> <p>A tizedes törtek értelmezése. Tizedes törtek jelentése, kiolvasása, leírása.</p> <p>Helyiérték-táblázat használata.</p> <p>Tizedestörtek leolvasása a számegyenesről.</p> <p>Tizedestörtek elhelyezése a számegyenesen.</p> <p>Mérés a milliméter beosztású vonalzóval, mérőszalaggal.</p> <p>Mennyiségek kifejezése tizedes törtekkel: dm, cl, mm.</p>	<p><i>Ének-zene:</i> a hangjegyek értékének és a törtszámoknak a kapcsolata.</p> <p><i>Természetismeret:</i> hosszúságmérés.</p>

A racionális számok halmaza. Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek.	
---	--

Témakör/ Fejlesztési cél	6. Alapműveletek közönséges törtekkel	Órakeret 10 óra
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	A törtek jelentésének megalapozása, elmélyítése. Törtek többféle alakjának ismerete. Műveletvégzés a törtszámok körében.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Törtek egyszerűsítése, bővítése. Közönséges tört, vegyes tört. Az egyszerűsítés és a bővítés tudatos alkalmazása. Törtek összehasonlítása egyenlő nevezőjű, egyenlő számlálójú törtek esetében.	<i>Ének-zene:</i> a hangjegyek értékének és a törtszámoknak a kapcsolata.
Törtek összeadása, kivonása. Közös nevező keresése. Tört szorzása. A reciprok fogalma. Törtek osztása. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igénye, a becslés képességének fejlesztése. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata, műveleti sorrend.	

Témakör/ Fejlesztési cél	7. Alapműveletek tizedes törtekkel	Órakeret 8 óra
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	A tizedes törtek jelentésének megalapozása, elmélyítése. Törtek többféle alakjának ismerete. Műveletvégzés a tizedes törtek körében.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Tizedestörtek egyszerűsítése, bővítése. Tizedestörtek szorzása, osztása egész számmal. Szorzás tizedestörttel. Osztás tizedestörttel. Az átlag kiszámítása. Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése. Hány tizedesjegyre számoljunk átlagot? Alkalmazás a mértékegységekkel való számolásban: kerület, terület, űrtartalom, átváltások. Tört alakban írt szám tizedestört alakja. Racionális számok. Véges, végtelen szakaszos tizedestörtek előállításával osztással. Két egész szám hányadosaként felírható számok.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> műszaki rajz készítésénél a mértékegységek használata, főzésnél a tömeg, az űrtartalom és az idő mérése. <i>Hon- és népismeret; természetismeret:</i> ősi magyar mértékegységek.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tört, számláló, nevező, közös nevező, reciprok, tizedestört, közös nevező, véges és végtelen szakaszos tizedestört, racionális szám, egyszerűsítés, bővítés.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	8. Arányos következtetések, százalékszámítás	Órakeret 12 óra
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Arányos következtetések. Egyenes arányosság felismerése. Törtrész, százalékkérték meghatározása. Betűk használata összefüggések leírására. Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása: próbálgatás, következtetés, lebontogatás. Szövegértés fejlesztése – szöveges feladatok.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Két szám aránya. Az arány fogalma – mindennapi életből vett példákon keresztül. Arányos osztás. Szöveges feladatok mennyiségek adott arányban való felosztására. Egyenes arányosság. Táblázatok, grafikonok elemzése arányosság szempontjából.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> vásárlás, takarékoság. <i>Természetismeret:</i> változások a környezetünkben; táblázatok, grafikonok.
Törtrész. A törtrész kiszámítása következtetéssel és törtek használatával. Az egészrész meghatározása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> áremelkedés, árengedmény, családi gazdálkodás, takarékoság.
A százalék fogalmának megismerése gyakorlati példákon keresztül. Az alap, a százalékkérték és a százalékláb értelmezése, megkülönböztetése. Egyszerű százalékszámítási feladatok arányos következtetéssel.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Arány, arányos osztás, egyenes arányosság, törtrész, százalék.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	9. Egyszerű szöveges feladatok	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Egyszerű szöveges feladatok megoldása: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv készítése, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Jelek, szimbólumok használata összefüggések leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Betűk használata összefüggések leírására. Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása: próbálgatás, következtetés, lebontogatás, mérlegelv. Szövegértés fejlesztése – szöveges feladatok.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Szöveges feladatok megoldása. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó rövidebb és hosszabb szövegek feldolgozása. Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során. Egyszerű elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása következtetéssel, lebontogatással, mérlegelvével. A megoldást segítése ábrával. A megoldások ábrázolása számegegyenesen, ellenőrzés behelyettesítéssel. Önellenőrzés igénye és képessége. Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése, ellenőrzése.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldás, mérlegelv.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	10. A függvény fogalmának előkészítése, sorozatok	Órakeret 10 óra
A témakör nevelési- fejlesztési céljai	<p>Szabályfelismerés, szabálykövetés. Növekvő és csökkenő számsorozatok.</p> <p>Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése. Táblázat adatainak értelmezése. Sorozat megadása szabállyal.</p> <p>A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvény szemlélet előkészítése.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Helymeghatározás gyakorlati szituációkban, konkrét esetekben. A Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Descartes</p> <p>Táblázat hiányzó elemeinek pótlása ismert vagy felismert szabály alapján, ábrázolásuk grafikonon.</p> <p>Egyszerű grafikonok értelmezése.</p> <p>Változó mennyiségek közötti kapcsolatok, ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben. Gyakorlati példák elsőfokú függvényekre.</p> <p>Az egyenes arányosság grafikonja</p>		<p><i>Természetismeret:</i> tájékozódás a térképen, fókuszterület. időjárás grafikonok.</p>

<p>Sorozatok. Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok készítése. Algoritmusok játékokon keresztül.</p>		<p><i>Technika, életvitel, gyakorlat:</i> osztálynévsor, tornasor.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Sorozat, számsorozat, szabály, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, táblázat, grafikon.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>11. Mérés és mértékegységek</p>	<p>Órakeret 6 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Hosszúság mérésének gyakorlása – mérőeszközök használata, becslés. A kerület meghatározása méréssel és számolással. Számolási készség fejlesztése. Mértékegységek használata, átváltása Négyzet, téglalap kerülete. Mérés, kerületszámítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét. Ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén. Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát</p>	

<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés Terület, térfogat és űrtartalom mérése Téglalap, négyzet kerületének, területének mérése, számítása meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét Sokszögek területének meghatározása átdarabolással Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> telkek kerülete. Az iskola és az otthon helyiségeinek alapterülete.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	12. Síkbeli alakzatok	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Pont, egyenes, görbe vonalak szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik, előállításuk másolással, hajtogatással, nyírással. Körvonal és körlap.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;</p> <p>ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;</p> <p>ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;</p> <p>ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;</p> <p>a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;</p> <p>ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;</p> <p>ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;</p> <p>ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A tér elemei: pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány</p> <p>Párhuzamos, merőleges, konvexitás</p> <p>Ponthalmazok távolsága.</p> <p style="padding-left: 40px;">Két pont, pont és egyenes, távolsága.</p> <p style="padding-left: 40px;">Két egyenes távolsága.</p> <p>Kitérő egyenesek:</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat: vízszintező, mérőón.</i></p>
<p>Háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint.</p> <p>Tulajdonságok megfigyelése, összehasonlítása.</p> <p>A háromszög belső és külső szögeinek összege.</p> <p>Háromszög-egyenlőtlenség</p> <p>A háromszög magasságának fogalma.</p>	<p><i>Vizuális kultúra: speciális háromszögek a művészetben.</i></p>
<p>Sokszögek.</p> <p>Speciális négyszögek ismerete: négyzet, téglalap, trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid.</p> <p>Speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságai.</p> <p>A négyszög belső és külső szögeinek összege. A konvex és konkáv közötti különbség, átló fogalma.</p>	
<p>Kör.</p> <p>Sugár, átmérő, húr, szelő, érintő.</p> <p>Körív, körcikk, körszelet.</p> <p style="padding-left: 40px;">A fogalmak felismerése környezetünk tárgyain.</p> <p style="padding-left: 40px;">Díszítőminták szerkesztése körzővel.</p>	<p><i>Hon- és népismeret: népművészeti motívumok.</i></p>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Síkidom, sokszög. Kör, gömb, sugár, átmérő, húr, szelő, érintő, körív, körcikk, körszelet. Hegyesszögű háromszög, derékszögű háromszög, tompaszögű háromszög, egyenlő szárú és szabályos háromszög. Trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	13. Transzformációk, szerkesztések	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Tükrös alakzatok és tengelyes szimmetria előállítás hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Szimmetria felismerése a természetben, építészetben, művészetben. A tengelyes tükrözés végrehajtása. Szerkesztés. Alakzatok csoportosítása tengelyes szimmetria szempontjából.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A síktükör képalkotása.</p> <p>A tengelyes tükrözés. Szimmetrikus ábrák, alakzatok készítése.</p> <p>A tükörkép szerkesztése. Tükrözés körzővel, vonalzóval. Tükrözés koordináta-rendszerben.</p> <p>A tengelyes tükrözés tulajdonságai. Pont, egyenes, szög, háromszög, kör képe, irányításváltás.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> szimmetria a természetben, képzőművészetben, építészetben.</p> <p><i>Természetismeret:</i> a síktükör.</p>
<p>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése, tulajdonságainak megfogalmazása a szemlélet alapján.</p> <p>Kör.</p> <p>Egyenlő szárú és egyenlő oldalú háromszögek, tulajdonságai. Szerkesztési feladatok az egyenlőszárú háromszög tulajdonságai alapján.</p> <p>Tengelyesen szimmetrikus négyszögek: deltoid, rombusz, húrtrapéz, téglalap, négyzet. A kapcsolatok szemléltetése halmazábrával.</p> <p>Szabályos sokszögek.</p>	<p><i>Vizuális kultúra;</i> <i>természetismeret:</i> tengelyesen szimmetrikus alakzatok megfigyelése, vizsgálata a műalkotásokban</p>
<p>Geometriai alap szerkesztések</p> <p>Szakaszfelező merőleges, szögfelező, szögmásolás</p> <p>Adott egyenesre merőleges szerkesztése.</p> <p>Adott egyenessel párhuzamos szerkesztése.</p> <p>Nevezetes szögek szerkesztése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat; vizuális kultúra:</i> párhuzamos és merőleges egyenesek megfigyelése környezetünkben (sínpár, épületek, bútorok, képkeretek stb. élei).</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	14. Térgeometria	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	A test és síkidom megkülönböztetése. Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Térelemek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata. Távolság szemléletes fogalma, meghatározása. A sík- és térszemlélet fejlesztése. A vizuális képzelet fejlesztése.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti; testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján; ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló; ismeri a gömb tulajdonságait; a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában		<i>Vizuális kultúra:</i> egyszerű tárgyak, geometriai alakzatok tervezése, makettek készítése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	15. Leíró statisztika	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Adatok gyűjtése, értelmezése, jellemzése. A statisztikai gondolkodás fejlesztése.	

Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Adatok tervszerű gyűjtése, rendezése. Egyszerű diagramok, értelmezése, táblázatok olvasása, készítése Adatok ábrázolása. Átlag. Az átlag kiszámítása, értelmezése.		<i>Természetismeret:</i> Népesség alakulása, összetétele. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> menetrend adatainak értelmezése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, grafikon, átlag, biztos esemény, lehetetlen esemény.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	16. Valószínűség-számítás	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések - biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos állítások.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Valószínűségi játékokon és kísérleteken keresztül a valószínűség fogalmának alapozása.	

Ismeretek és fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek. Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése. A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos ” esemény; „lehetetlen” esemény.

A fejlesztés várt eredményei és a továbbhaladás feltételei a 6. év végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. – Részhalmaz alkotása. – Két véges halmaz uniójának, metszetének megkeresése. – Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. – Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. – Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. <p><i>Számelmélet és algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása olvasása, összehasonlítása. – Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása. – Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolútérték meghatározása. – Törtszám, racionális szám fogalmának ismerete, törtekkel végzett műveletek elvégzése. – Számegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete. – Mérés a gyakorlatban; mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), mérőeszközök használata; becslés. – Osztó, közös osztók, többszörös, közös többszörösök keresése, prímszám, összetett szám ismerete. Oszthatósági szabályok megfigyelése. – A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel.
---	--

- A százalék fogalmának megismerése, egyszerű számítási feladatok elvégzése.
- Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek használata.
- Egyszerű szöveges feladatok megoldása.

Geometria

- Térelemek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány.
- Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása, szög másolása, szakaszfelezés, szögfelezés, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek.
- Kerület és terület mérése, mértékegységeinek ismerete, átváltása.
- Téglatest felszínének, térfogatának számítása.
- Szakaszfelező merőlegesek, szögfelezők szerkesztése.
- Tengelyes tükrözés végzése, tengelyes szimmetria tulajdonságainak ismerete.

Sorozatok, függvények

- Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint.
- Egyszerű grafikonok értelmezése.

Statisztika, valószínűség

- Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása.
- Néhány szám számtani közepének kiszámítása.
- Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.

7–8. évfolyam

A nyolcosztályos gimnázium második szakaszában is a matematikai problémák megközelítése során a konkrét tapasztalatszerzésből indulunk ki. Ugyanakkor a gyerekek fokozatosan képessé válnak elvonatkoztatásra, absztrakcióra. Erre alapozva bátrabban fogalmazhatunk meg definíciókat, már hangsúlyt helyezhetünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon.

Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkoznak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. Ebben a két évfolyamában mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók a problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Algebrai kifejezéseket használunk, egyenleteket oldunk meg. A változó mennyiségek közötti kapcsolatok vizsgálata a függvényfogalomhoz vezet el, grafikonokat rajzolunk. Ezekben az évfolyamokban már komoly hangsúlyt kell helyoznünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mind inkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatotok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során lehetőséget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

Kis abszolút értékű egész és tört számok esetében számoljunk fejben is. A zsebszámológép használata akkor jelenjen meg, amikor a tanulók már jól számolnak fejben és írásban. A geometriai transzformációk vizsgálata a természetben, építészetben megtalálható szimmetriát magyarázza. A geometriai szerkesztések megértését számítógépes szoftver használatával tehetjük érdekesebbé, érthetőbbé. Testek felszínét, térfogatát meghatározzuk, ezzel javítjuk, fejlesztjük a gyerekek térszemléletét. Változatos módszerekkel oldunk meg kombinatorikai feladatokat. Statisztikai adatokat vizsgálunk, egyszerű valószínűségi kísérleteket végzünk. Az esetek szisztematikus összeszámolása tervszerűsége nevelés, egyben erősíti a rendszerező képességet. Figyelhetünk a célszerű stratégia kiválasztására. A sejtések, hibák megbeszélése az érvelés kultúráját alakítja.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv

precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reál tárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reál tárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltő elemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

7. évfolyam

Óraszám: 102 óra/év
3 óra/hét

Ajánlás az éves óraszám felosztására

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Halmazok, számhalmazok	6 óra
2.	Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	7 óra
3.	Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	10 óra
4.	Arányosság, százalékszámítás	12 óra
5.	Szöveges feladatok előkészítése	13 óra
6.	A függvény fogalmának előkészítése	7 óra
7.	Síkbeli alakzatok	16 óra
8.	Transzformációk, szerkesztések	17 óra
9.	Térgeometria	10 óra
10.	Leíró statisztika	4 óra
	Összesen:	102 óra

Témakör / Fejlesztési cél	1. Halmazok, számhalmazok	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Halmaz felismerése, ábrázolása. Elemek halmazokba rendezése. Részhalmaz. Közös rész, egyesítés ábrázolás segítségével. Számegegyenes.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása. A racionális számok ismerete, példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Halmazokba rendezés több szempont szerint. Halmazábra készítés. Véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben. Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegegyenesen. Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben.		<i>Digitális kultúra:</i> információgyűjtés.

Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek, példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre.	
<i>Matematikatörténet:</i> Cantor – ismeretek gyűjtése könyvtárból, internetről.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges és végtelen szakaszos tizedes tört, végtelen nem szakaszos tizedes tört

Témakör / Fejlesztési cél	2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Egyszerű igaz és hamis állítások, logikai értékük. Nytott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással. Az összes eset előállítására rendszerezési séma alapján.	
A témakör nevelési- fejlesztési céljai	Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Logikus érvelésben a matematikai szaknyelv következetes alkalmazása - társak meggyőzése. Összeszámlálási feladatok megoldása során az összes eset áttekintéséhez szükséges módszerek alkalmazása. Egyszerű, konkrét szituációk szemléltetése gráfok segítségével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Matematikai logika. Igaz és hamis állítások felismerése, megfogalmazása. Egyszerű logikai játékok.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> kommunikációs helyzetek; szövegalkotás.
Kombinatorika. Egyszerű, konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása - kör mentén is. Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével. Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés
Gráfok. Gráfok alkalmazása egyszerű, konkrét szituációk szemléltetésére.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	„minden”, „van olyan”, ágrajz	

Témakör / Fejlesztési cél	3. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása. 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása. A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Prímszám, összetett szám fogalmának ismerete. Összetett számok prímtényező felbontásának elkészítése 1000-es számkörben. Természetes számok legnagyobb közös osztójának és legkisebb közös többszörösének meghatározása. Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának kiszámolása. Négyzetszámok négyzetgyökének meghatározása. A Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Számelméleti ismeretek.</p> <p>Oszthatósági szabályok, osztási maradékok – bizonyítás igénye a matematikában.</p> <p>Összetett oszthatósági szabályok.</p> <p>Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül.</p> <p>Összetett számok prímtényező felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben.</p> <p>Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Mersenne, Euler, Fermat munkássága.</p> <p>Érdekességek a prímszámok köréből (Eratoszthenészi szita, végtelen sok prímszám van, ikerprímsejtés, barátságos számok fogalma és története).</p>		<i>Fizika; vizuális kultúra:</i> periodikusan ismétlődő jelenségek, minták
<p>Hatványozás.</p> <p>A hatvány jelölése: hatványalap, hatványkitevő, hatványérték.</p> <p>Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának kiszámolása, alkalmazása: prímtényező felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása.</p>		<i>Fizika; kémia:</i> a tér, az anyagmennyiség, az idő mértékegységeinek átváltása
Kulcsfogalmak/ fogalmak	prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték	

Témakör / Fejlesztési cél	4. Arányosság, százalékszámítás	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Arány. Egyenes arányosság felismerése, az egyenesen arányos mennyiségek tulajdonságainak alkalmazása. Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján.	

	Törtérszkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával. Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben.
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben. Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása. Az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és használata; mértékegységeikéinek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint. A százalék fogalmának ismerete; gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megoldása.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	
Kapcsolódási pontok	
Arányosság. Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben. Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása. A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése. Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása.	<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek. <i>Fizika; kémia; biológia; földrajz:</i> mértékegységek átváltása
Százalékszámítás. A korábban tanult módszerek elmélyítése. Egyszerű, valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, levegő összetétele, páratartalom.	<i>Kémia:</i> tömegszázalék, oldatok
Kulcsfogalmak/ fogalmak	fordított arányosság, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei, százalék, kamat

Témakör / Fejlesztési cél	5. Szöveges feladatok előkészítése	Órakeret 13 óra
Előzetes tudás	Egyszerű esetekben jelek, szimbólumok és betűk használata a beszédben és a matematikai szövegekben található összefüggések leírására. Egyszerű egyismeretlenes egyenletek megoldása.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Szövegértés fejlesztése, hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása. Képletek használata. Egyszerű betűs kifejezésekkel összeadás, kivonás elvégzése, helyettesítési érték kiszámolása. Egy- vagy kéttagú betűs kifejezést szorzása számmal. Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek megoldása lebontogatással és/vagy mérlegelvével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

<p>Algebrai kifejezések.</p> <p>A probléma megfogalmazása a matematika nyelvén, betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére.</p> <p>Képletek értelmezése.</p> <p>Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása.</p> <p>Helyettesítési érték számolása.</p> <p>Egytagú kifejezések számmal való szorzása.</p> <p>Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> az algebra kezdetei, az arab matematika.</p> <p>Kutatómunka könyvtár, internet használatával.</p>	<p><i>Fizika, kémia:</i> képletek használata</p>
<p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek.</p> <p>Egyenletek megoldása lebontogatással, mérlegelvével.</p>	
<p>Szöveges feladatok.</p> <p>Egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással, a megoldás ellenőrzése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; egyenlet, lebontogatás, mérlegelv, ellenőrzés</p>

Témakör / Fejlesztési cél	6. A függvény fogalmának előkészítése	Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Tájékozódás a koordináta-rendszerben. Egyenes és fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben. Egyenes arányosság grafikonjának felismerése, megrajzolása. Egyszerű megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Konkrét halmazok elemei közötti megfeleltetés létrehozása. Megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása. Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A matematikából és a mindennapi életből vett konkrét halmazok elemei közötti hozzárendelések, megfeleltetések létrehozása, legalább egy szabályának megadása.</p> <p>Az egyenes és fordított arányosság, mint speciális megfeleltetés.</p> <p>Egyenes és fordított arányosság grafikonjának felismerése, kiválasztása.</p> <p>Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata.</p> <p><i>Fizika; kémia:</i> egyenesen és fordítottan arányos mennyiségek.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon	

Témakör / Fejlesztési cél	7. Síkbeli alakzatok	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Tételek, szögtartomány, síkidom, sokszög. Kör felismerése. Háromszögek csoportosítása, tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség. Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése. Téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, kerületének, területének kiszámítása. Sokszögek területének meghatározása átdarabolással.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	A háromszögek, négyszögek, speciális négyszögek ismerete, illetve tulajdonságaik ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában. Négyszögek halmazábrája. Háromszögek és speciális négyszögek kerületének, területének meghatározása. A Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása számítási feladatokban. Bizonyítási igény felkeltése. A kör részeinek ismerete.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Háromszögek. Háromszögek külső szögeinek összege.		<i>Digitális kultúra:</i> geometriai szerkesztő program használata.
Négyszögek. Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma. A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra készítése.		
Sokszögek kerülete, területe. Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások.		
Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete (körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk).		<i>Vizuális kultúra:</i> a kör, illetve speciális részei, mint díszítőelemek.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk	

Témakör / Fejlesztési cél	8. Transzformációk, szerkesztések	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Alapszerkesztések. Tengelyes tükrözés, tengelyesen szimmetrikus alakzatok ismerete, alkalmazása, felismerése, megszerkesztése. Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése, szerkesztés. Egybevágó alakzatok felismerése.	

A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Alakzatok tengelyes és középpontos tükröképének szerkesztése. Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése, diszkusszió. Esztétikai érzék fejlesztése. Dinamikus geometriai szoftverek ismerete és használata.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Tengelyes tükrözés. Tengelyes tükrözés és szimmetria ismétlése.		<i>Vizuális kultúra:</i> díszítőminták.
Középpontos tükrözés. Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása. Alakzatok középpontos tükröképének megszerkesztése. A középpontos tükrözés tulajdonságai. Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben, szerkesztésük.		
Szerkesztések. Előzetes ábra, szerkesztési terv készítése. Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió.		
Dinamikus geometriai szoftver használata		<i>Digitális kultúra:</i> geometriai szerkesztő program használata.
<i>Matematikatörténet:</i> Eukleidész – Elemek; Bolyai Farkas, Bolyai János.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	középpontos tükrözés, szimmetria-középpont, középpontos szimmetria	

Témakör / Fejlesztési cél	9. Térgeometria	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Környezetünk tárgyai, mint geometriai testek. Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása. Egyszerű építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján. Egyszerű építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	A hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete, használata. A kocka, a téglatest, a hasáb hálójának elkészítése. Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján. A kocka, a téglatest, a hasáb fontosabb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása feladatokban. Egyenes hasáb felszínének és térfogatának meghatározása, a képleteket megalapozó összefüggések megértése. Bizonyítási igény felkeltése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Testek. Testekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése. Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján. Hasáb.		<i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák.

Hasáb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló.	
Felszín, térfogat. Egyenes hasáb felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	hasáb, alaplapp, alapél, oldallapp, oldalél, testmagasság, lapátló, testátló, testháló

Témakör / Fejlesztési cél	10. Leíró statisztika	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Adatok gyűjtése, táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel kisméretű minta esetén. Grafikonok elemzése, összehasonlítása. A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása kisméretű mintán. Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint.	
A témakör nevelési- fejlesztési céljai	Adathalmazok értelmezése, ábrázolásuk. Táblázatok adatainak értelmezése, az adatoknak megfelelő ábrázolási mód kiválasztása és az ábra elkészítése. Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos és digitális eszközökkel.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése. Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon. Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak. Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint.		<i>Digitális kultúra:</i> táblázatos adattárolás, grafikus adatábrázolás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram	

8. évfolyam

Óraszám: 102 óra/év
3 óra/hét

Ajánlás az éves óraszám felosztására

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Halmazok, számhalmazok	6 óra
2.	Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	11 óra
3.	Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	8 óra
4.	Arányosság, százalékszámítás	10 óra
5.	Szöveges feladatok előkészítése	3 óra
6.	Szöveges feladatok	22 óra
7.	A függvény fogalmának előkészítése	5 óra
8.	Síkbeli alakzatok	4 óra
9.	Transzformációk, szerkesztések	3 óra
10.	Térgeometria	10 óra
11.	Leíró statisztika	8 óra
12.	Valószínűség-számítás	12 óra
	Összesen:	102 óra

Témakör / Fejlesztési cél	1. Halmazok, számhalmazok	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Halmaz felismerése, ábrázolása. Elemek halmazokba rendezése. Részhalmaz. Közös rész, egyesítés ábrázolás segítségével. Számegyenes.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása. A racionális számok ismerete, példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben.		<i>Digitális kultúra:</i> információgyűjtés.

Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése. Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete. Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	kiegészítő halmaz (komplementer), természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

Témakör / Fejlesztési cél	2. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 11 óra
Előzetes tudás	Egyszerű igaz és hamis állítások megfogalmazása, logikai értéke. Az összes eset előállítására rendszerezési sémák alapján. Ágrajz.	
A témakör nevelési- fejlesztési céljai	Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása. Néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megértése és összeállítása. Logikus érvelésben a matematikai szaknyelv következetes alkalmazása - társak meggyőzése. Az összes eset áttekintéséhez szükséges módszerek alkalmazása. Konkrét szituációk szemléltetése gráfok segítségével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Matematikai logika. Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása. A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata. Logikus érvelésben a matematikai szaknyelv következetes alkalmazása, bizonyítás igénye a matematikában. Egyszerű stratégiai és logikai játékok.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> kommunikációs helyzetek; szövegalkotás.</p>
<p>Kombinatorika. Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása - kör mentén is. Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül. Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés</p>
<p>Gráfok. Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére. Esetek rendszerezése gráffal.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	bizonyítás, gráf, gráf csúcsa, gráf éle	

Témakör / Fejlesztési cél	3. Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Hatványozás fogalma. Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványa.	

A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Hatványozási azonosságok – bizonyítás igénye a matematikában. Négyzetszámok négyzetgyökének meghatározása. A Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Hatványozás. A hatvány jelölése: hatványalap, hatványkitevő, hatványérték. Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: számrendszerek helyi értékeinek felírása. Néhány hatványozási azonosság „felfedezése”, bizonyítása konkrét kitevők esetén.		<i>Digitális kultúra: 2-es számrendszer.</i>
Négyzetgyök. Számok négyzete, négyzetszámok. Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása. Pitagorasz tétele.		
Kulcsfogalmak/fogalmak	négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke	

Témakör / Fejlesztési cél	4. Arányosság, százalékszámítás	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	A százalék fogalmának ismerete; gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megoldása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Százalékszámítás Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom. Banki ajánlatok (ügyműveletek, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása. Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása.		<i>Kémia: keverési feladatok</i>
Kulcsfogalmak/fogalmak	százalék, kamat, tőke, hitel, kölcsön	

Témakör / Fejlesztési cél	5. Szöveges feladatok előkészítése	Órakeret 3 óra
Előzetes tudás	Jelek, szimbólumok és betűk használata a beszédben és a matematikai szövegekben található összefüggések leírására. Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek megoldása. Egyszerű szöveges feladatok megoldása. Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése.	

A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Két tagból közös számtényező kiemelése. Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek megoldása mérlegelvével. Szövegértés fejlesztése, hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Algebrai kifejezések. Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása. Két tagból közös számtényező kiemelése.		<i>Fizika, kémia:</i> képletek használata.
Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek. Egyenlet megoldása mérlegelvével – a korábban tanult módszerek ismétlése.		
Szöveges feladatok. A korábban tanult szöveges feladatok megoldása, a megoldás ellenőrzése.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata.
Kulcsfogalmak/fogalmak	kiemelés, egyenlet, mérlegelv, ellenőrzés	

Témakör / Fejlesztési cél	6. Szöveges feladatok	Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása, egyszerű betűs kifejezések alkalmazása. Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvével.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok következtetéssel és/vagy egyenlettel történő megoldása. Gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel és/vagy egyenlettel. Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslés elvégzése. Különböző szövegekhez megfelelő modellek elkészítése, azok alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása), illetve azok alkalmazása. Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel és/vagy egyenlettel. Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása. Ellenőrzés a szövegbe történő visszahelyettesítéssel. Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. Gyakori szövegtípusok megértési stratégiái. A kapott eredmény értékelése. <i>Fizika, kémia:</i> mérések, becslések

Kulcsfogalmak/ fogalmak	becslés, ellenőrzés
--------------------------------	---------------------

Témakör / Fejlesztési cél	7. A függvény fogalmának előkészítése	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Koordináta-rendszer. Egyenes és fordított arányosság, grafikonjaik. Megfeleltetések szabályának megadása.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Konkrét halmazok elemei közötti megfeleltetés létrehozása. Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása. Egyszerű grafikonok jellemzése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Egyenes és fordított arányosság ismételése. Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont. Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	grafikon jellemzése	

Témakör / Fejlesztési cél	8. Síkbeli alakzatok	Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Háromszögek csoportosítása, tulajdonságainak ismerete és alkalmazása.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	A Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása számítási feladatokban. Bizonyítási igény felkeltése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Háromszögek. Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása. Speciális derékszögű háromszögek. A Pitagorasz-tétel megfordítása. Pitagorasz-i számhármakok. <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.		<i>Digitális kultúra:</i> geometriai szerkesztő program használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	tétel és megfordítása	

Témakör / Fejlesztési cél	9. Transzformációk, szerkesztések	Órakeret 3 óra
Előzetes tudás	Alapszerkesztések. Tengelyes és középpontos tükrözés. Egybevágó alakzatok felismerése.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Esztétikai érzék fejlesztése. A kicsinyítés és a nagyítás hétköznapi helyzetekben történő felismerése. Dinamikus geometriai szoftverek ismerete és használata.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

Egybevágósági transzformációk. A tanult egybevágósági transzformációk ismétlése, rendszerezése.		
Kicsinyítés és nagyítás. Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben.		<i>Földrajz:</i> térképi ábrázolás.
Dinamikus geometriai szoftver használata		<i>Digitális kultúra:</i> geometriai szerkesztő program használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	kicsinyítés, nagyítás	

Témakör / Fejlesztési cél	10. Térgeometria	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Környezetünk tárgyai, mint geometriai testek. Testekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése. Testek közül a gömb kiválasztása.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	A hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete, használata. A gúla hálójának elkészítése. Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján. A gúla fontosabb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása feladatokban. A gömb fontosabb tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Testek. Környezetünk tárgyaiban a gúla és a gömb alakú testek felfedezése. Gúla. Gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló, testháló. Gömb. A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai. A gömb, mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek.		<i>Földrajz:</i> a gömb, mint a Föld modellje. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság, lapátló, testátló	

Témakör / Fejlesztési cél	11. Leíró statisztika	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Adathalmazok, táblázatok, grafikonok. Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása egyszerű esetekben.	
A témakör nevelési-fejlesztési céljai	Konkrét adatsor esetén átlag kiszámolása, a leggyakoribb adat (módusz), a középső adat (medián) meghatározása és ezek összehasonlítása, következtetések megfogalmazása. Gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok

Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) meghatározása, gyakorlati alkalmazása, összehasonlítása. Adatok rendszerezése. A középértékek segítségével az adatok elemzése, következtetések levonása.	<i>Digitális kultúra:</i> táblázatos adatfeldolgozás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	átlag, módusz, medián, középérték, gyakoriság, relatív gyakoriság

Témakörv/ Fejlesztési cél	12. Valószínűség-számítás	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek, ezek adatainak tervszerű gyűjtése. A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése.	
A témakör nevelési- fejlesztési céljai	Valószínűségi játékok, kísérletek, az adatok rendezése és ábrázolása, a lehetséges kimenetek megértése, játékban stratégia követése. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése és ábrázolása – digitálisan is. Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése. Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál. A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során.		<i>Digitális kultúra:</i> táblázatos adattárolás, adatfeldolgozás és grafikus adatábrázolás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	esély, gyakoriság, relatív gyakoriság.	

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

A 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alkalmazásának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások,

applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőképeség, másokkal való együttműködés készsége).

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon, a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a fő hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles körű bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok segítőjeként. Ezekben az években erősödik a tanulók önismerete, és megfelelő képességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdeklődés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismeretszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezeken az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségek megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenkori által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (pl. szimmetriák) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehetőségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkitűzés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejtteni. A matematikai gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.

9. évfolyam

Óraszám: 136 óra/év
4 óra/hét

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Kombinatorika, halmazok	18 óra
2.	Számhalmazok, műveletek (hatványozás, algebrai kifejezések)	38 óra
3.	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	24 óra
4.	Geometria alapismeretek (Ponthalmazok, háromszögek, sokszögek)	22 óra
5.	Leíró statisztika, függvények és tulajdonságaik	20 óra
	Összefoglalás, számonkérés	14 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Kombinatorika, halmazok	Órakeret 18 óra
Előzetes tudás	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, pontthalmazok.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összeszámlálási problémák, sorbarendezés, számszárak. A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazásával a megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Kombinatorika alapok, – Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával – Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására – Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal		
Halmaz fogalma, megadása Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése Halmazműveletek alkalmazása több halmazra.		<i>Informatika:</i> adatbázis-kezelés, adatállományok, adatok szűrése

Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.	különböző szempontok szerint. <i>Biológia-egészségtan:</i> rendszertan.
n elemű halmaz részhalmazainak a száma. Halmazok számossága. Szemléletes kép végtelen halmazokról. <i>Matematikatörténet:</i> Georg Cantor.	
Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt. A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.	
Skatulyaelv. Logikai szita. Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével. Modellalkotás egy-egy tipikus problémára.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, Intervallum.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számhalmazok, műveletek (hatványozás, oszthatóság, nevezetes szorzatok, betűs kifejezések)	Órakeret 38 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban. Műveletek sorrendje, zárójel használat. Hatványozás. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkör bővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A valós számkör. Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek. Irracionális számok. A valós számok, a racionális számok és a számegyenes kapcsolata. Valós számok adott jegyre kerekítése Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése		

<p>A négyzetgyök, nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével</p>	
<p>Arányosság, százalékszámítás Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös) Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása</p>	
<p>Pozitív egész kitevős hatvány. A hatványozás azonosságai. A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén</p>	
<p>Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.</p>	
<p>Számok normálalakja. Számolás normálalakkal. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás. Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése Kamatos kamat</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakkal.</p>
<p>Betűs kifejezések. Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések. A kifejezés értelmezési tartománya. Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.</p>
<p>Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.</p>	
<p>Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$; $(a + b) \cdot (a - b)$</p>	

<p>Azonos átalakítások. Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés. A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések, során.</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Betűs kifejezés, polinom</p>	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer	Órakeret 24 óra
Előzetes tudás	<p>Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.</p>	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Elsőfokú egyenletek. Alaphalmaz, megoldáshalmaz. Ekvivalens átalakítások. Mérlegelv.</p>		
<p>Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).</p>		<p><i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.</p>
<p>Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével</p>		
<p>Egyenlőtlenségek algebrai megoldása.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök.</p>	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometriai alapismeretek (Ponthalmazok, háromszögek)	Órakeret 22 óra

Előzetes tudás	Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számoló-, számítógép használata.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	
Kapcsolódási pontok	
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek	
Nevezetes ponthalmazok: adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza síkban két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza síkban Vegyes feladatok ponthalmazok alkalmazására szerkesztéssel. Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása	<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.
A háromszög oldalai és szögei. Háromszög-egyenlőtlenség. Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között.	
A háromszögek nevezetes vonalai: A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. A háromszög súlyvonalai, súlypontja	<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.
Háromszögek kerülete, területe.	
Pitagorasz-tétel és megfordítása Különleges derékszögű háromszögek. A tétel és megfordításának alkalmazása, a tétel bizonyítása <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
A kör	

Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak		
Thalész tétele és a tétel megfordítása. Alkalmazások Körérintő szerkesztése. Matematikatörténet: Thalész.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Oldalfelező, magasság, szögfelező, súlyvonal, körök, érintő.	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Leíró statisztika, függvények és tulajdonságaik	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése</p> <p>Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból</p> <p>Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel</p> <p>A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések</p> <p>Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel</p> <p>Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont</p>		<p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p>
<p>Függvény fogalma. Értelmezési tartomány, függvényérték, értékkeszlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése.</p> <p>Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján Elsőfokú egyenlet grafikus megoldása. Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során</p>		<p><i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.</p>

<p>Abszolútérték-függvény. Másodfokú függvények. A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére. Négyzetgyök függvény.</p>	<p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p>
<p>Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.</p>
<p>Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $f(x)$. Függvények jellemzése (értékkészlet, monotonitás, szélsőérték, korlátosság, paritás, zérushely). Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása</p> <p>Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer grafikus megoldása</p>	<p><i>Fizika:</i> a megfigyelés időbeli és térbeli kezdőpontja változásának hatása a mennyiségek közötti összefüggésekre.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás</p>

<p>A fejlesztés várt eredményei és a továbbhaladás feltételei a 9. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> –Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. <i>Számelmélet, algebra</i> –Racionális és irracionális számok – a valós számok halmazának szemléletes fogalma. –Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése. –Arányosság, százalékszámítás –Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. –Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. –Első egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása. –A számológép használata. <i>Geometria</i> –Tételek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése. –A kör és részeinek ismerete. –Háromszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban. –A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazásai. <i>Függvények, az analízis elemei</i></p>
--	---

- | | |
|--|---|
| | <ul style="list-style-type: none">–A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, paritás.–Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése $f(x)+c$; $f(x+c)$; $c \cdot f(x)$; $f(c \cdot x)$; $f(x)$ felhasználásával.–Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján. |
|--|---|

10. évfolyam

Óraszám: 102 óra/év
3 óra/hét

Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Geometria (négyszögek, egybevágósági transzformációk, vektorok)	20 óra
2.	Gondolkodási módszerek, matematikai logika	6 óra
3.	Számelmélet, algebra	30 óra
4.	Statisztika, valószínűség	10 óra
5.	Geometria (hasonlóság)	14 óra
6.	Egybevágóság, kör	12 óra
	Összefoglalás, számonkérés	10 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Geometria (Négyszögek, geometriai transzformációk,)	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Négyszögek</p> <p>Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása</p> <p>Geometriai transzformáció fogalma.</p> <p>Egybevágósági transzformációk rendszerezése.</p> <p style="padding-left: 20px;">Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás.</p> <p>A geometriai transzformációk tulajdonságai:</p> <p style="padding-left: 20px;">szögtartás, távolságtartás, irányítástartás; szimmetrikus és nem szimmetrikus transzformáció.</p>		<p><i>Informatika:</i></p> <p>geometriai szerkesztőprogram használata.</p>

Geometriai transzformációk szorzata.		
Szimmetrikus alakzatok. A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.		<i>Vizuális kultúra:</i> művészettörténeti stíluskorszakok.
Szerkesztési, számítási feladatok, diszkusszió Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása. Vázlatkészítés, elemzés, diszkusszió.		
A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.		
A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektor abszolútértéke. Vektorok összeadása, kivonása, vektor számszorosa, vektor felbontása összetevőkre. A vektorműveletek tulajdonságai. Szerkesztési feladatok. Vektorműveletek gyakorlása síkbeli és térbeli ábrákon is. Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektorok koordinátái. Vektor hosszának számítása. Helyvektor, szabadvektor.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, egybevágósági transzformáció, szimmetrikus alakzat, vektor	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása. Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A matematikai bizonyítás fogalma Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis) Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban		

<p>A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban</p> <p>A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben</p> <p>Adott állítás megfordításának megfogalmazása</p> <p>„Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása</p> <p>Stratégiai és logikai játékok</p> <p>Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában</p>	
--	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Számelmélet, algebra (Gyökös és másodfokú algebrai kifejezések használata)	Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás. Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Négyzetgyök fogalma.</p> <p>A négyzetgyökvonás azonosságai.</p> <p>Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól, a nevező gyöktelenítése.</p> <p>Műveletek gyökös kifejezésekkel.</p> <p>Gyökfüggvények</p>		
<p>Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Grafikus megoldás.</p> <p>Teljes négyzetté kiegészítés.</p> <p>Egyenletmegoldás szorzattá alakítással.</p> <p>Algoritmus keresése a megoldásra.</p> <p>A másodfokú egyenlet megoldóképlete.</p> <p>A megoldóképlet készségi szintű alkalmazása.</p> <p>Számológép használata.</p> <p>A másodfokú egyenlet diszkriminánsa.</p> <p>Diszkusszió.</p> <p>Gyöktényező alak, Viète-formulák.</p> <p>Másodfokúra visszavezethető egyenletek.</p> <p>Új ismeretlen bevezetése.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> magasabb fokú egyenletek megoldhatósága.</p>		

<p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés.</p> <p>Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Számítógépes program használata.</p> <p>Szélsőérték-feladatok. Másodfokú függvény vizsgálatával.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával.</p>	
<p>Négyzetgyökös egyenletek. Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. Hamisgyök, gyökvesztés. Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, diszkusszió. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Statisztika, valószínűség	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
Ismeretek/és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása.</p> <p>Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása.</p> <p>Következtetések levonása.</p> <p>Számológép használata.</p> <p>Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése</p> <p>Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása</p> <p>Kördiagramból oszlopdigram készítése és viszont</p> <p>Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén</p> <p>Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.</p>		<p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</p>

<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. Kockadobások, pénzérme. Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja. gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Terjedelem, szórás, módusz, medián, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Geometria (hasonlóság)	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai. Aránytartó transzformáció. Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok. A párhuzamos szelők tétele és megfordítása. A párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szakasz arányos osztása.</p>		<i>Földrajz:</i> térképek.
<p>Hasonló alakzatok. A háromszögek hasonlóságának alapesetei. A sokszögek hasonlósága. A hasonló síkidomok területének aránya. A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.</p>		<i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika.
<p>Arányossági tételek háromszögekben. Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel. A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása. Mértani közép szerkesztése.</p>		<i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, számtani és mértani közép	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Egybevágóság, kör	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása Négyszögek egybevágósága		
Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek. Együtt változó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása. Húrnégyszögek és érintőnéyszögek definíciója, tételei.		.
Speciális érintőnéyszögek, húrnégyszögek. Látókörv. Látókörv szerkesztése. Körív hossza, körcikk területe, alkalmazás feladatokban Sokszögek és körök Szögek ívmértéke, radián		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	kerületi szög, középponti szög, körív hossza, körcikk területe, ívmérték	

A fejlesztés várt eredményei és a továbbhaladás feltételei a 10. évfolyam végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során. – Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban. – Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Racionális és irracionális számok - a valós számok halmazának szemléletes fogalma. – Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése. – Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. – Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
--	---

- A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, négyzetgyökös egyenletek megoldása.
- Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása.
- Másodfokúra vezető szélsőérték problémák megoldása teljes négyzetté alakítással.
- A számológép használata.

Geometria

- Térelemek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyyszögek tételei).
- Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban.
- Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. Vektorfelbontás.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel alkalmazásai.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.

11– 12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

11. évfolyam

Óraszám: 102 óra/év
3 óra/hét

Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Halmazok, matematika logika	5 óra
2.	Kombinatorika, gráfok	10 óra
3.	Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	10 óra
4.	Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus. Exponenciális folyamatok vizsgálata	20 óra
5.	Trigonometria	20 óra
6.	Koordinátageometria	24 óra
7.	Valószínűségszámítás, leíró statisztika	13 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Halmazok, matematikai logika	Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok felismerése. Állítások logikai értékének megállapítása. Egyszerű állításokat tudjon indokolni, tételeket bizonyítani.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Matematikai logika Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata, ezek bemutatása példákon keresztül. Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása, bizonyítási módszerek.		

<p>Stratégiai és logikai játékok. Logikai készséget fejlesztő játékok, táblás játékok, tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok.</p> <p>Összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével.</p> <p><i>Matematikatörténet: Varga Tamás, Pólya György.</i></p>	
---	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Kombinatorika, gráfok	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	A matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott problémának megfelelő matematikai modellt választ. Ismeri a sorbarendezési és kiválasztási feladatokat. Véges halmazok elemszámát meghatározza. Konkrét szituációkat tud szemléltetni egyszerű gráfokkal. Ismeri és alkalmazni tudja a logikai szita elvét.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Kombinatorika</p> <p>A hétköznapi és matematika problémának megfelelő matematikai modell kiválasztása, megalkotása. A kiválasztott modellben a probléma megoldása.</p> <p>Sorba rendezési és kiválasztási feladatok.</p> <p>A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása. Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül.</p> <p>Esetsztékválasztás, szorzási elv, komplementer alkalmazása feladatokban.</p>		
<p>Gráfok</p> <p>Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám.</p> <p>Gráfok alkalmazása leszámolási feladatokban – rendszerező ismétlés.</p> <p>Fagráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf szemléletes fogalma, felhasználásuk feladatmegoldásokban.</p> <p>Fokszámra és élek számára vonatkozó összefüggések ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatokban.</p> <p><i>Matematikatörténet: Euler.</i></p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Faktoriális, binomiális együttható, csúcs fokszáma	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása. Számolás osztási maradékokkal.		Számelméleti érdekességek: barátságos és tökéletes számok, ismert legnagyobb prímszám, titkosítás
A tanult ismeretek felidézése: prímszám, összetett szám, összetett számok prímtényező felbontása.		
Két természetes szám legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse.		
Osztók számának meghatározása a prímtényező felbontásból. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat		
Helyiértékes írásmód 10-es számrendszerben. Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben.		
Az egész számok, a véges tizedes törtek, végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata. Végtelen nem szakaszos tizedes törtek. A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig. Számhalmazok halmazábrája. A számegegyenes.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám. Oszthatóság, prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. Relatív prímelek.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus. Exponenciális folyamatok vizsgálata	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismételése.</p> <p>Az n-edik gyök fogalmának és alkalmazásának ismételése.</p> <p>Számológép használata hatványok értékének kiszámításában, normálalak használatában.</p> <p>Azonos átalakítások; a célszerű módszer, lépés megválasztása.</p> <p>A hatványfogalom kiterjesztése – törtkitevőjű hatványok.</p> <p>A hatványozás azonosságai alkalmazása racionális kitevő esetén.</p> <p>A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén.</p> <p>Permanenciaelv.</p> <p>Exponenciális függvény.</p> <p>Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel. A függvények tulajdonságai.</p>		<p><i>Fizika:</i> radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás).</p>
<p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival.</p> <p>A logaritmus fogalma.</p> <p>A logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.</p> <p>A logaritmus azonosságai: szorzat, hányados, hatvány logaritmus; Áttérés más alapú logaritmusra.</p> <p>A 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel.</p>		<p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p> <p><i>Fizika:</i> radioaktivitással kapcsolatos számítási feladatok.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.</p>
<p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.</p> <p>Exponenciális egyenletre vezető valós (pl. pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása és ezek megoldása.</p> <p>Exponenciálisan változó folyamatok a természetben és a társadalomban.</p>		<p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Trigonometria	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Vektorok, vektorokkal végzett műveletek. Szögmérés fokban és radiánban. Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A tanult ismeretek felidézése:</p> <p>A vektor fogalma, vektorműveletek, vektorok felbontása, vektorkoordináták.</p> <p>A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik.</p> <p>A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.</p>		
<p>Két vektor skaláris szorzata.</p> <p>A művelet újszerűségének bemutatása. Jelölések megjegyzése.</p> <p>A skaláris szorzat tulajdonságai.</p> <p>A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban.</p> <p>Merőleges vektorok skaláris szorzata.</p> <p>Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével.</p>		<i>Fizika:</i> munka, elektromosság.
<p>Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal.</p> <p>A valóság kicsinyített ábrájáról szögek és szakaszok meghatározása méréssel és számolással.</p> <p>A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója.</p> <p>Szögfüggvény értékének és szögek értékének meghatározása számológéppel.</p> <p>Számítási feladatok derékszögű háromszögben a szögfüggvények használatával síkban és térben.</p>		<i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.
<p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével.</p> <p>Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása.</p> <p>Alakzatok adatainak meghatározása.</p> <p>Színusztétel és bizonyítása.</p> <p>Koszínusztétel.</p> <p>Összefüggések egy adott szög különböző szög szögfüggvényei között:</p> <p>Pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei.</p> <p>Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel.</p>		<p><i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>

Szögtávolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban: épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével. Számológép használata.		
Trigonometrikus függvények képe. Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása számológép segítségével.		<i>Fizika:</i> rezgőmozgás; adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Skaláris szorzat. Szinusz, koszinusz, tangens. Szinusztétel, koszinusztétel, háromszög trigonometrikus területképlete.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	6. Koordinátageometria	Órakeret 24 óra
Előzetes tudás	Koordináta-rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Vektorok alapvető fogalmai: nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, szabad vektor fogalma, vektor abszolútértéke. Vektorműveletek alkalmazása a vektorok koordinátáinak segítségével. A koordináta-rendszerben megadott pontok és vektorok koordinátái. Ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben.		
Két pont távolsága. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Vektor abszolútértékének kiszámítása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.		
Szakasz felezőpontjának, harmadolópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismeretek alkalmazása, vektorok használata, koordináták-kiszámolása.		<i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.
Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke, használata.		<i>Fizika:</i> mérések értékelése.

<p>Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele az egyenes meredekségének segítségével. Az egyenes egyenlete: –normálvektoros egyenlet; –iránytényezős egyenlet. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása. Két egyenes metszéspontja. Egyenletrendszerek megoldási módszereinek felidézése.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A kör egyenlete. Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében. A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör egy adott pontjában húzott érintőjének egyenlete.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek vizsgálata, ábrázolása.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Leíró statisztika, valószínűség-számítás	Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Statisztikai mintavétel. Reprezentatív minta fogalmának szemléletes értelmezése. tatisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középpértékekkel és szóródási mutatókkal. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. A minta terjedelme. Átlag, medián, módusz, szórás. A kapott adatok értelmezése, statisztikai következtetések. Adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal.</p>		<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata. <i>Történelem,</i> <i>társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások. <i>Földrajz:</i> statisztikai évkönyv.</p>
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma.</p>		

<p>Események összege, szorzata, komplementer esemény, egymást kizáró események. Klasszikus valószínűségi modell és a Laplace A tanult kombinatorikai módszerek használata. A valószínűség becslése, számolása. <i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje.</p>

<p>A fejlesztés várt eredményei és a továbbhaladás feltételei a 11. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> –A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. –Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. –Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. –Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. –A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.</p> <p><i>Számelmélet, algebra</i> –A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. –A logaritmus fogalmának ismerete. –A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. –A számológép biztos használata.</p> <p><i>Geometria</i> –Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete. –Két vektor skaláris szorzata alkalmazása. –Forgásszögek-szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete. –Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása. –Valós problémákhoz geometriai modell alkotása. –A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.</p> <p><i>Függvények, az analízis elemei</i> –Az exponenciálisfüggvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata.</p> <p><i>Valószínűség, statisztika</i> –Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. –A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása. –Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.</p>
---	---

12. évfolyam

Óraszám: 112 óra/év
4 óra/hét

Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Sorozatok	20 óra
2.	Felszín-, és térfogatszámítás	27 óra
3.	Kombinatorika, valószínűség számítás, gráfok, matematikai logika, leíró statisztika (rendszerező összefoglalás)	10 óra
4.	Algebra, számelmélet (rendszerező összefoglalás)	12 óra
5.	Függvény, sorozat (rendszerező összefoglalás)	12 óra
6.	Geometria, mérés (rendszerező összefoglalás)	20 óra
7.	Érettségi feladatok gyakorlása	7 óra
8.	Összefoglalás, számonkérés	4 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Sorozatok	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Számtani sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	
	Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
	A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Sorozat megadása képlettel, rekurzióval – Fibonacci-sorozat. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	<i>Informatika:</i> algoritmusok.
	Számtani sorozat fogalma. A számtani sorozat n -edik tagja. A számtani sorozat első n tagjának összegének kiszámítási módja. A számtani közép tulajdonság. Számítási feladatok a számtani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	

<p>Mértani sorozat fogalma. A mértani sorozat n-edik tagja. A mértani sorozat első n tagja összegének kiszámítási módja. A mértani közép tulajdonság. Számítási feladatok a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. Exponenciális folyamatok a természettudományban és a társadalomtudományokban.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz, történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok.</i></p>
<p>Gyakorlati alkalmazások – kamatszámítás. Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék. Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségek és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása.</p>	<p><i>Földrajz: világgazdaság – hitel – adósság – eladósodás.</i></p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, tőke, kamatláb, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2.. Térgeometria, felszín, térfogat	Órakeret 27 óra
Előzetes tudás	Térelemek illeszkedése, távolsága, szöge. Térbeli testek jellemzői: csúcs, lap, átló, felszín, térfogat.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti háttérük megteremtése. A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Térelemek. Két kitérő egyenes hajlásszöge. Síkra merőleges egyenes. Egyenes és sík hajlásszöge. Két sík hajlásszöge. Pont távolsága síktól. Két párhuzamos sík távolsága. Két kitérő egyenes távolsága. A fogalmak bemutatása modelleken és a környezetünk tárgyain. Modellezőkészletek használata. Digitális technikák használata térbeli ábrák megjelenítéséhez.</p>		<p><i>Vizuális kultúra: axonometria.</i></p>
<p>Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. Síkidomok kerülete, területe. Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.</p>		
<p>Testek, szabályos testek. Térbeli modellek használata, készítése.</p>		<p><i>Informatika: számítógépes</i></p>

Számítógép használata ábrázoláshoz. Ábrakészítés térbeli testekről.	szimulációs program használata.
A térfogatszámítás alapelvei. Mérőszám és mértékegység.	
Egyenes hasáb felszíne, térfogata. Forgáshenger felszíne, térfogata. Az összefüggések alkalmazása változatos térgeometriai feladatokban, gyakorlati alkalmazások.	<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
A kúp felszíne, térfogata. A közelítés szemléletes fogalma. Csonkagúla, csonkakúp. A csonkagúla, csonkakúp térfogata és felszíne. A hasonlóság alkalmazása. A gömb térfogata és felszíne. Térgeometriai ismeretek alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> Cavalieri.	<i>Vizuális kultúra:</i> építészet. <i>Biológia-egészségtan:</i> keringéssel kapcsolatos számítási feladatok.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat, hengyszerű test, kúpszerű test, csonkagúla, csonkakúp.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret 54 óra
Előzetes tudás	A 4 év matematika anyaga.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. A matematika épülésének folyamatába történő betekintés a matematikatörténet néhány fejezetének, nagy egyéniségének megismerésével.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p><i>Gondolkodási módszerek.</i> Halmazok. Számhalmazok. A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek. A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A</p>		

<p>logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek.</p> <p>A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet.</p> <p>A sorbarendezi és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>	
<p>Számelmélet, algebra.</p> <p>Számhalmazok.</p> <p>A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.</p> <p>Algebrai alapfogalmak, azonosságok.</p> <p>Átalakítások algebrai kifejezésekkel.</p> <p>A zsebszámológép használata.</p> <p>Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele.</p> <p>Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p>	
<p>Geometria.</p> <p>Mérés és mérték.</p> <p>A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt.</p> <p>A geometriai szerkesztések.</p> <p>Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata.</p> <p>A geometriai transzformációk.</p> <p>A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben.</p> <p>A háromszögekre vonatkozó ismeretek.</p> <p>A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek.</p> <p>Körre vonatkozó ismeretek.</p> <p>Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése.</p> <p>Trigonometria.</p> <p>Vektorok, koordináta geometria.</p> <p>A trigonometria és a koordináta geometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p>	
<p>Sorozatok, függvények.</p> <p>Függvények grafikonjai, jellemzésük.</p> <p>Függvénytranszformációk.</p> <p>Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapjainkban.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>

Számítási és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.	
<p>Statisztika, valószínűség. Adatsokaságok elemzése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p>	<p>Informatika: táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata.</p>
<p>Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok. Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. Pl. nem euklideszi geometria – Bolyai János, Bolyai Farkas; nagy Fermat-tétel, számítógépek fejlődése – Neumann János... A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p>Informatika: könyvtárhasználat, internethasználat.</p>

<p>A fejlesztés várt eredményei és az érettségire bocsátás feltételei a 12. évfolyam végén</p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. –Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. –Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. –Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. –A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. –A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. –A logaritmus fogalmának ismerete. –A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. –A számológép biztos használata. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> –Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete. –Két vektor skaláris szorzata alkalmazása. –Szinusz és koszinusztétel alkalmazása. –Valós problémákhoz geometriai modell alkotása. –A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása. –Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése. –Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
---	--

Függvények, az analízis elemei

- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata.
- A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

A matematikai tanulmányok végére a tanulók önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.

Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.

Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi kérdésekben).

Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.

Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.

A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.

A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.

A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. Rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.