

# **A Gárdonyi Géza Ciszterci Gimnázium és Kollégium**

**Általános gimnáziumi képzés biológia-kémia specializáció (4 év)**

**helyi tanterve**

**MATEMATIKA**

Eger, 2020. augusztus 1.

## MATEMATIKA

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

A 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alkalmazásának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat

az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétel, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális

kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A matematikai projekteken való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

## **Az iskola tankönyvválasztásának szempontjai**

A matematika munkaközösség tagjai a tankönyvek, taneszközök kiválasztásánál a következő szempontokat veszik figyelembe:

- a taneszköz feleljen meg az iskola helyi tantervének;
- a taneszköz legyen jól tanítható, jól tanulható;
- a taneszköz nyomdai kivitelezése legyen alkalmas a tantárgy óraszámának és igényeinek megfelelő használatra több tanéven keresztül;
- a taneszköz minősége, megjelenése legyen alkalmas a diákok esztétikai érzékének fejlesztésére, nevelje a diákokat igényességre, precíz munkavégzésre, a taneszköz állapotának megóvására;

Előnyben kell részesíteni azokat a taneszközöket:

- amelyek több éven keresztül használhatók;
- amelyek egymásra épülő tantárgyi rendszerek, tankönyvcsaládok, sorozatok tagjai;
- amelyekhez megfelelő nyomtatott kiegészítő taneszközök állnak rendelkezésre (pl. munkafüzet, tudásszintmérő, feladatgyűjtemény, gyakorló);
- amelyekhez rendelkezésre áll olyan digitális tananyag, amely interaktív táblán segíti az órai munkát feladatokkal, 3D modellek, grafikonrajzoló, statisztikai programok, interaktív feladatok, számonkérési lehetőségek, játékok stb. segítségével.
- amelyekhez olyan hozzáférés biztosított, amely az iskolában használt digitális eszközöket és tartalmakat interneten keresztül a diákok otthoni tanulásához is nyújtani tudja.

## **Értékelés**

Az értékelés során az ismeretek megszerzésén túl vizsgálni kell, hogyan fejlődött a tanuló absztrakciós, modellalkotó, lényeglátó és problémamegoldó képessége. Meg kell követelni a jelenségek megfigyelése és a kísérletek során szerzett tapasztalatok szakszerű megfogalmazással való leírását és értelmezését. Az értékelés kettős céljának megfelelően mindig meg kell találni a helyes arányt a formatív és a szummatív értékelés között. Fontos szerepet kell játszania az egyéni és csoportos önértékelésnek, illetve a diáktársak által végzett értékelésnek is. Törekedni kell arra, hogy a számonkérés formái minél változatosabbak, az életkornak megfelelőek legyenek. A hagyományos írásbeli és szóbeli módszerek mellett a diákoknak lehetőséget kell kapniuk arra, hogy a megszerzett tudásról és a közben elsajátított

képességekről valamely konkrét, egyénileg vagy csoportosan elkészített termék létrehozásával is tanúbizonyságot tegyenek.

Formái:

- szóbeli felelet,
- feladatlapok értékelése,
- tesztek, dolgozatok osztályozása,
- rajzok készítése,
- modellek összeállítása,
- számítási feladatok megoldása,
- kiselőadások tartása,
- munkafüzeti tevékenység megbeszélése,
- poszter, plakát, prezentáció készítése előre megadott szempontok szerint,
- házi feladat ellenőrzése és értékelése.

## 9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon, a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a fő hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles körű bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok segítőjeként. Ezekben az években erősödik a tanulók önismerete, és megfelelő képességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdeklődés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismeretszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezeken az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségek megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenkori által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (pl. szimmetriák) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának növeléséhez, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehetőségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkitűzés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejtteni. A matematikai gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.

## 9. évfolyam

**Óraszám:** 136 óra/év  
4 óra/hét

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Kombinatorika, halmazok	18 óra
2.	Számhalmazok, műveletek (hatványozás, algebrai kifejezések)	38 óra
3.	Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	24 óra
4.	Geometria alapismeretek (Ponthalmazok, háromszögek, sokszögek)	22 óra
5.	Leíró statisztika, függvények és tulajdonságaik	20 óra
	Összefoglalás, számonkérés	14 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Kombinatorika, halmazok	Órakeret 18 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Csoportosítás különböző szempontok alapján. Halmazműveletek véges halmazokon. Halmazábra. Részhalmaz. Számhalmazok, pontthalmazok.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Összeszámlálási problémák, sorbarendezés, számszárak.</p> <p>A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. Több szempont alkalmazásával a megosztott figyelem fejlesztése. Definíciók, jelölések használata során az emlékezet fejlesztése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendszerezése a célnak megfelelően. Matematikai állítások helyes megfogalmazása, érvelés, vitakultúra fejlesztése.</p>	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Kombinatorika alapok, Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával Geometriai eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal</p>		



<p>Halmaz fogalma, megadása  Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése  Halmazműveletek alkalmazása több halmazra.  Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára.</p>	<p><i>Informatika:</i>  adatbázis-kezelés,  adatállományok,  adatok szűrése  különböző  szempontok szerint.  <i>Biológia-egészségtan:</i>  rendszerteran.</p>
<p>n elemű halmaz részhalmazainak a száma.  Halmazok számossága. Szemléletes kép végtelen halmazokról.  <i>Matematikatörténet:</i> Georg Cantor.</p>	
<p>Intervallumok: zárt, nyílt, félig zárt, félig nyílt.  A fogalom szemléletes kialakítása, majd definiálása.</p>	
<p>Skatulyaelv.  Logikai szita. Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével.  Modellalkotás egy-egy tipikus problémára.</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, Intervallum.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számhalmazok, műveletek (hatványozás, oszthatóság, nevezetes szorzatok, betűs kifejezések)	Órakeret 38 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A számkör bővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A valós számkör.  Műveleti tulajdonságok alkalmazása: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás.  Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása  Számok tizedes tört alakja. Véges, végtelen szakaszos, végtelen nem szakaszos tizedes törtek.  Irracionális számok.  A valós számok, a racionális számok és a számegyenes kapcsolata.</p>		

<p>Valós számok adott jegyre kerekítése</p> <p>Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése</p> <p>A négyzetgyök, nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével</p>	
<p>Arányosság, százalékszámítás</p> <p>Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során</p> <p>Példák az egyenes és a fordított arányosságtól különböző arányosságokra (négyzetes, gyökös)</p> <p>Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből</p> <p>Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása</p>	
<p>Pozitív egész kitevős hatvány.</p> <p>A hatványozás azonosságai.</p> <p>A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén</p>	
<p>Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.</p>	
<p>Számok normálalakja.</p> <p>Számolás normálalakokkal. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.</p> <p>Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése</p> <p>Kamatos kamat</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: a tér, az idő, az anyagmennyiség nagy és kis méreteinek megadása normálalakokkal.</i></p>
<p>Betűs kifejezések.</p> <p>Egész kifejezések, polinomok, törtkifejezések. Racionális és nem racionális kifejezések.</p> <p>A kifejezés értelmezési tartománya.</p> <p>Helyettesítési érték. Műveleti tulajdonságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás) vizsgálata.</p>	<p><i>Fizika; kémia: mennyiségek kiszámítása képlet alapján, képletek átrendezése.</i></p>
<p>Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzása többtagú kifejezésekkel – zárójelfelbontás, előjelszabályok.</p> <p>Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.</p>	

Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2; (a + b) \cdot (a - b)$		
Azonos átalakítások. Polinomok összeadása, kivonása, szorzása, hatványozása. Kifejezések legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse. Algebrai törtek összeadása, kivonása, szorzása, osztása. Egyszerűsítés. Bővítés. A tanult azonosságok, tulajdonságok felhasználása algebrai átalakítások, egyszerűsítések, során.		<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése, egyenletek rendezése.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valós szám, normálalak, kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Betűs kifejezés, polinom	
<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer</b>	<b>Órakeret 24 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés. Azonosság. Szöveges feladatok – matematikai modell alkotása.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
Elsőfokú egyenletek. Alaphalmaz, megoldáshalmaz. Ekvivalens átalakítások. Mérlegelv.		
Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. A korábban tanult feladattípusok megoldási módszereinek elmélyítése. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése, egyenlet felírása; a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).		<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> oldatok összetétele.
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével		
Egyenlőtlenségek algebrai megoldása.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság. Ekvivalens átalakítás, hamis gyök.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometriai alapismeretek (Ponthalmazok, háromszögek)	Órakeret 22 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága. Háromszögek tulajdonságai. Speciális háromszögek, elnevezése, felismerése, tulajdonságaik. Háromszögek szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A geometriai szemlélet, látásmód fejlesztése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számoló-, számítógép használata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcpszögek, egyállású szögek, váltószögek		
Nevezetes ponthalmazok: adott térelemtől adott távolságra lévő pontok halmaza síkban két térelemtől egyenlő távol lévő pontok halmaza síkban Vegyes feladatok ponthalmazok alkalmazására szerkesztéssel. Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.
A háromszög oldalai és szögei. Háromszög-egyenlőtlenség. Összefüggések a háromszög szögei között – belső szögek, külső szögek. Összefüggések a háromszög oldalai és szögei között.		
A háromszögek nevezetes vonalai: A háromszög oldalfelező merőlegesei, a háromszög köré írt köre. A háromszög magasságvonalai, magasságpontja. A háromszög szögfelező egyenesei, a háromszög beírt köre, hozzáírt körei. A háromszög súlyvonalai, súlypontja		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztő program használata.
Háromszögek kerülete, területe.		
Pitagorasz-tétel és megfordítása Különleges derékszögű háromszögek. A tétel és megfordításának alkalmazása, a tétel bizonyítása		<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.

Matematikatörténet: Pitagorasz.		
A kör Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak		
Thalész tétele és a tétel megfordítása. Alkalmazások Körérintő szerkesztése. Matematikatörténet: Thalész.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Oldalfelező, magasság, szögfelező, súlyvonal, körök, érintő.	
<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Leíró statisztika, függvények és tulajdonságaik</b>	<b>Órakeret 20 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvény-transzformációk algebrai és geometriai megjelenítése. Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Számítógép bevonása a függvények ábrázolásába, vizsgálatába.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése</p> <p>Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból</p> <p>Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel</p> <p>A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések</p> <p>Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel</p> <p>Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont</p>		<p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p>

<p>Függvény fogalma. Értelmezési tartomány, függvényérték, értékkészlet. A függvény megadási módjai, ábrázolása, jellemzése. Elsőfokú függvények, lineáris függvények. Lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapokban. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján Elsőfokú egyenlet grafikus megoldása. Digitális technikák használata az egyenletmegoldás során</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.</p>
<p>Abszolútérték-függvény. Másodfokú függvények. A függvénygrafikonok elkészítése és használata a függvény jellemzésére. Négyzetgyök függvény.</p>	<p><i>Informatika:</i> függvényábrázolás, grafikonkészítés számítógépes program segítségével.</p>
<p>Fordított arányosság, elsőfokú törtfüggvény.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> fordítottan arányos mennyiségek.</p>
<p>Függvénytranszformációk. A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével: <math>f(x)+c</math>; <math>f(x+c)</math>; <math>c \cdot f(x)</math>; <math>f(c \cdot x)</math>; <math> f(x) </math>. Függvények jellemzése (értékkészlet, monotonitás, szélsőérték, korlátosság, paritás, zérushely). Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása  Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer grafikus megoldása</p>	<p><i>Fizika:</i> a megfigyelés időbeli és térbeli kezdőpontja változásának hatása a mennyiségek közötti összefüggésekre.</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás</p>

<p><b>A fejlesztés várt eredményei és a továbbhaladás feltételei a 9. évfolyam végén</b></p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> –Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra. <i>Számelmélet, algebra</i> –Racionális és irracionális számok – a valós számok halmazának szemléletes fogalma. –Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése. –Arányosság, százalékszámítás –Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata. –Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása. –Első egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása. –A számológép használata.</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–Tételek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése.</li> <li>–A kör és részeinek ismerete.</li> <li>–Háromszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.</li> <li>–A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazásai.</li> </ul> <p><i>Függvények, az analízis elemei</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, paritás.</li> <li>–Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése <math>f(x)+c</math>; <math>f(x+c)</math>; <math>c \cdot f(x)</math>; <math>f(c \cdot x)</math>; <math> f(x) </math> felhasználásával.</li> <li>–Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.</li> </ul>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 10. évfolyam

**Óraszám: 102 óra/év**  
**3 óra/hét**

### Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Geometria (négyszögek, egybevágósági transzformációk, vektorok)	20 óra
2.	Gondolkodási módszerek, matematikai logika	6 óra
3.	Számelmélet, algebra	30 óra
4.	Statisztika, valószínűség	10 óra
5.	Geometria (hasonlóság)	14 óra
6.	Egybevágóság, kör	12 óra
	Összefoglalás, számonkérés	10 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Geometria (Négyszögek, geometriai transzformációk,)	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Négyszögek            Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása</p> <p>Geometriai transzformáció fogalma.            Egybevágósági transzformációk rendszerezése.            Tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás.</p> <p>A geometriai transzformációk tulajdonságai:            szögtartás, távolságtartás, irányítástartás;            szimmetrikus és nem szimmetrikus transzformáció.</p>		<p><i>Informatika:</i>            geometriai szerkesztőprogram használata.</p>



Geometriai transzformációk szorzata.		
Szimmetrikus alakzatok. A szimmetrián alapuló tulajdonságok felismerése: szögek, szakaszok egyenlősége.		<i>Vizuális kultúra:</i> művészettörténeti stíluskorszakok.
Szerkesztési, számítási feladatok, diszkusszió Az egybevágóság, a szimmetria felismerése, hatékony alkalmazása. Vázlatkészítés, elemzés, diszkusszió.		
A paralelogramma, a háromszög és a trapéz középvonala. A középpontos tükrözés alkalmazása.		
A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével Ellentett vektorok, nullvektor, egyenlő vektorok, vektor abszolútértéke. Vektorok összeadása, kivonása, vektor számszorosa, vektor felbontása összetevőkre. A vektorműveletek tulajdonságai. Szerkesztési feladatok. Vektorműveletek gyakorlása síkbeli és térbeli ábrákon is. Analógia a számhalmazokon végzett műveletekkel. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektorok koordinátái. Vektor hosszának számítása. Helyvektor, szabadvektor.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Geometriai transzformáció, egybevágósági transzformáció, szimmetrikus alakzat, vektor	
<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika</b>	<b>Órakeret 6 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Matematikai állítások vizsgálata. Igaz és hamis állítások. Állítás tagadása. Elemek sorba rendezése, adott szempont szerinti kiválasztása.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A halmaz fogalmának mélyítése, alkalmazása problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására. A kombinatorikai problémák felfedezése a hétköznapi életben, modellek alkalmazása. A rendszerező képesség, a figyelem fejlesztése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
A matematikai bizonyítás fogalma Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis) Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban		

<p>A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban</p> <p>A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben</p> <p>Adott állítás megfordításának megfogalmazása</p> <p>„Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása</p> <p>Stratégiai és logikai játékok</p> <p>Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában</p>	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Számelmélet, algebra (Gyökös és másodfokú algebrai kifejezések használata)</b>	<b>Órakeret 30 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás. Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. Alaphalmaz vizsgálata, ellenőrzés.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; az ellenőrzés fontosságának belátása. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a problémának megfelelően. Számológép használata.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Négyzetgyök fogalma.</p> <p>A négyzetgyökvonás azonosságai.</p> <p>Bevitel a gyökjel alá, kiemelés a gyökjel alól, a nevező gyöktelenítése.</p> <p>Műveletek gyökös kifejezésekkel.</p> <p>Gyökfüggvények</p>		
<p>Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Grafikus megoldás.</p> <p>Teljes négyzetté kiegészítés.</p> <p>Egyenletmegoldás szorzattá alakítással.</p> <p>Algoritmus keresése a megoldásra.</p> <p>A másodfokú egyenlet megoldóképlete.</p> <p>A megoldóképlet készségszintű alkalmazása.</p> <p>Számológép használata.</p> <p>A másodfokú egyenlet diszkriminánsa.</p> <p>Diszkusszió.</p> <p>Gyöktényezős alak, Viète-formulák.</p> <p>Másodfokúra visszavezethető egyenletek.</p> <p>Új ismeretlen bevezetése.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> magasabb fokú egyenletek megoldhatósága.</p>		

<p>Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok. Modellalkotás, megoldási módszerek. Szövegben történő ellenőrzés.</p> <p>Másodfokú függvények vizsgálata. Teljes négyzetté alakítás használata. Számítógépes program használata.</p> <p>Szélsőérték-feladatok. Másodfokú függvény vizsgálatával.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás leírása.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Másodfokú egyenlőtlenségek. A megoldás megadása másodfokú függvény vizsgálatával.</p>	
<p>Négyzetgyökös egyenletek. Ekvivalens és nem ekvivalens egyenlet-megoldási lépések. Hamisgyök, gyökvesztés. Értelmezési tartomány. Ekvivalens átalakítások. Az ellenőrzés szerepe, szükségessége.</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Másodfokú egyenlet, egyenlőtlenség, teljes négyzetté alakítás, megoldóképlet, diszkrimináns, diszkusszió. Egyenletrendszer. Négyzetgyökös egyenlet. Paraméteres egyenlet.</p>

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Statisztika, valószínűség</b>	<b>Órakeret 10 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok elemzése, átlag, táblázatok, grafikonok használata, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma. Százalékszámítás.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tapasztalatszerzés kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése, következtetések. Diagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
<b>Ismeretek/és fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése és ábrázolása.</p> <p>Adatok rendezése, osztályokba sorolása, táblázatba rendezése, ábrázolása.</p> <p>Következtetések levonása.</p> <p>Számológép használata.</p> <p>Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése</p> <p>Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása</p> <p>Kördiagramból oszlopdigram készítése és viszont</p> <p>Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén</p> <p>Adathalmazok jellemzői: terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás.</p>		<p><i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p><i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ-megjelenítés.</p>

<p>Véletlen jelenségek megfigyelése.          Kockadobások, pénzérme.          Véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.          gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése          A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása          Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel</p>	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Terjedelem, szórás, módusz, medián, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Geometria (hasonlóság)</b>	<b>Órakeret 14 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>A középpontos hasonlóság fogalma és tulajdonságai.          A hasonlósági transzformáció fogalma és tulajdonságai.          Aránytartó transzformáció.          Szerkesztési, számítási, bizonyítási feladatok.          A párhuzamos szelők tétele és megfordítása.          A párhuzamos szelőszakaszok tétele.          Szakasz arányos osztása.</p>		<i>Földrajz:</i> térképek.
<p>Hasonló alakzatok.          A háromszögek hasonlóságának alapesetei.          A sokszögek hasonlósága.          A hasonló síkidomok területének aránya.          A hasonló testek felszínének és térfogatának aránya.</p>		<i>Fizika:</i> hasonló háromszögek alkalmazása – lejtőmozgás, geometriai optika.
<p>Arányossági tételek háromszögekben.          Szögfelező tétel, magasságtétel, befogótétel.          A számtani és a mértani közép közötti egyenlőtlenség geometriai bizonyítása.          Mértani közép szerkesztése.</p>		<i>Vizuális kultúra:</i> festészet, építészet.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hasonlósági transzformáció, hasonló alakzat, számtani és mértani közép	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>6. Egybevágóság, kör</b>	<b>Órakeret 12 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Geometriai transzformációk, a szimmetria felismerése környezetünkben, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismertetése a matematikában és a valóságban. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása Négyszögek egybevágósága		
Kerületi és középponti szögek és a hozzá kapcsolódó tételek. Együtt változó mennyiségek összetartozó adatpárjainak jegyzése, következtetések levonása. Húrnégyszögek és érintőnéyszögek definíciója, tételei.		.
Speciális érintőnéyszögek, húrnégyszögek. Látókörv. Látókörv szerkesztése. Körív hossza, körcikk területe, alkalmazás feladatokban Sokszögek és körök Szögek ívmértéke, radián		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	kerületi szög, középponti szög, körív hossza, körcikk területe, ívmérték	

<b>A fejlesztés várt eredményei és a továbbhaladás feltételei a 10. évfolyam végén</b>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra, intervallumokra, véges és végtelen halmazokra.</li> <li>– Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.</li> <li>– Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.</li> <li>– Szorzási és összeadási szabály alkalmazása kombinatorikai feladatokban.</li> <li>– Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.</li> </ul> <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Racionális és irracionális számok - a valós számok halmazának szemléletes fogalma.</li> <li>– Számok normálalakja, normálalakkal műveletek végzése.</li> <li>– Biztos műveletvégzés, műveletek sorrendje, zárójelek használata.</li> <li>– Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.</li> </ul>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

- A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, négyzetgyökös egyenletek megoldása.
- Első és másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok megoldása.
- Másodfokúra vezető szélsőérték problémák megoldása teljes négyzetté alakítással.
- A számológép használata.

#### *Geometria*

- Térelemek ismerete, a távolság és szög fogalmának értése, ismerete, a távolság és a szög mérése.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyyszögek tételei).
- Egybevágósági és hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása feladatokban.
- Vektor fogalmának ismerete, vektorműveletek szerkesztése. Vektorfelbontás.
- Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögeinek, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel alkalmazásai.

#### *Valószínűség, statisztika*

- Statisztikai adatok elemzése: adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.

## 11– 12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

## 11. évfolyam

**Óraszám: 102 óra/év**  
**3 óra/hét**

### Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Halmazok, matematika logika	5 óra
2.	Kombinatorika, gráfok	10 óra
3.	Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	10 óra
4.	Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus. Exponenciális folyamatok vizsgálata	20 óra
5.	Trigonometria	20 óra
6.	Koordinátageometria	24 óra
7.	Valószínűségszámítás, leíró statisztika	13 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Halmazok, matematikai logika	Órakeret 5 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Matematikai állítások elemzése, igaz és hamis állítások. Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY. Skatulyaelv, logikai szita.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok felismerése. Állítások logikai értékének megállapítása. Egyszerű állításokat tudjon indokolni, tételeket bizonyítani.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
Matematikai logika Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése. Logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata, ezek bemutatása példákon keresztül. Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása, bizonyítási módszerek.		



<p>Stratégiai és logikai játékok. Logikai készséget fejlesztő játékok, táblás játékok, tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok.</p> <p>Összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével.</p> <p><i>Matematikatörténet: Varga Tamás, Pólya György.</i></p>	
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Kombinatorika, gráfok</b>	<b>Órakeret 10 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott problémának megfelelő matematikai modellt választ. Ismeri a sorbarendezési és kiválasztási feladatokat. Véges halmazok elemszámát meghatározza. Konkrét szituációkat tud szemléltetni egyszerű gráfokkal. Ismeri és alkalmazni tudja a logikai szita elvét.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p><b>Kombinatorika</b></p> <p>A hétköznapi és matematika problémának megfelelő matematikai modell kiválasztása, megalkotása. A kiválasztott modellben a probléma megoldása.</p> <p>Sorba rendezési és kiválasztási feladatok.</p> <p>A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása. Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül.</p> <p>Esetszétválasztás, szorzási elv, komplementer alkalmazása feladatokban.</p>		
<p><b>Gráfok</b></p> <p>Gráfelméleti alapfogalmak: csúcs, él, fokszám.</p> <p>Gráfok alkalmazása leszámolási feladatokban – rendszerező ismétlés.</p> <p>Fagráf, egyszerű gráf, összefüggő gráf, teljes gráf szemléletes fogalma, felhasználásuk feladatmegoldásokban.</p> <p>Fokszámra és élek számára vonatkozó összefüggések ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatokban.</p> <p><i>Matematikatörténet: Euler.</i></p>		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Faktoriális, binomiális együttható, csúcs fokszáma	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	Órakeret 10 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Természetes számok, egész számok, racionális számok halmaza. Műveletek elvégzése a racionális számok halmazán fejből, írásban. Műveletek sorrendje, zárójelek használata. Hatványozás. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel, helyettesítési érték, zárójelfelbontás.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A számkörbővítés elveinek megértése. Gondolkodás: ismeretek rendszerezésének fejlesztése. Az absztrakciós készség fejlesztése. Algebrai kifejezések biztonságos használata, célszerű átalakítási módok megtalálása, elvégzése. Direkt bizonyítási módszer alkalmazása. Ismeretek tudatos memorizálása, az emlékezet fejlesztése.	
Ismeretek és fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Osztó, többszörös, oszthatóság, oszthatósági szabályok. Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása. Számolás osztási maradékokkal.		Számelméleti érdekességek: barátságos és tökéletes számok, ismert legnagyobb prímszám, titkosítás
A tanult ismeretek felidézése: prímszám, összetett szám, összetett számok prímtényező felbontása.		
Két természetes szám legnagyobb közös osztója, legkisebb közös többszöröse.		
Osztók számának meghatározása a prímtényező felbontásból. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz, Eratoszthenész, Euler, Fermat		
Helyiértékes írásmód 10-es számrendszerben. Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben.		
Az egész számok, a véges tizedes törtek, végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata. Végtelen nem szakaszos tizedes törtek. A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig. Számhalmazok halmazábrája. A számegegyenes.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám. Oszthatóság, prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. Relatív prímelek.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus. Exponenciális folyamatok vizsgálata</b>	<b>Órakeret 20 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Hatványozás egész kitevővel, hatványozás azonosságai, n-edik gyök, gyökvonás azonosságai. Valós számok halmaza.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása: a racionális kitevő értelmezése. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: exponenciálisan, logaritmikusan változó mennyiségek. A matematikai ismeretek alkalmazásának felismerése más tudományágban és mindennapjainkban.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Az egész kitevőjű hatványok, a hatványozás azonosságainak ismételése.</p> <p>Az n-edik gyök fogalmának és alkalmazásának ismételése.</p> <p>Számológép használata hatványok értékének kiszámításában, normálalak használatában.</p> <p>Azonos átalakítások; a célszerű módszer, lépés megválasztása.</p> <p>A hatványfogalom kiterjesztése – törtkitevőjű hatványok.</p> <p>A hatványozás azonosságai alkalmazása racionális kitevő esetén.</p> <p>A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén.</p> <p>Permanenciaelv.</p> <p>Exponenciális függvény.</p> <p>Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel. A függvények tulajdonságai.</p>		<p><i>Fizika:</i> radioaktivitás (bomlási törvény, aktivitás).</p>
<p>Számolás 10 hatványaival, 2 hatványaival.</p> <p>A logaritmus fogalma.</p> <p>A logaritmus értékének meghatározása a definíció alapján és számológéppel.</p> <p>A logaritmus azonosságai: szorzat, hányados, hatvány logaritmus; Áttérés más alapú logaritmusra.</p> <p>A 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel.</p>		<p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p> <p><i>Fizika:</i> radioaktivitással kapcsolatos számítási feladatok.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat.</p>
<p>Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Megoldás a definíció és az azonosságok alkalmazásával.</p> <p>Exponenciális egyenletre vezető valós (pl. pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása és ezek megoldása.</p> <p>Exponenciálisan változó folyamatok a természetben és a társadalomban.</p>		<p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák (pl. demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás).</p>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Trigonometria	Órakeret 20 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Vektorok, vektorokkal végzett műveletek. Szögmérés fokban és radiánban. Hasonlóság alkalmazása számolási feladatokban, vektorok koordinátáinak használata.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A geometriai látásmód fejlesztése. A művelet fogalmának bővítése egy újszerű művelettel, a skaláris szorzással. Az algebrai és a geometriai módszerek közös alkalmazása számítási, bizonyítási feladatokban. A tanultak alkalmazása más tudományterületeken is. A függvényszemlélet alkalmazása az egyenletmegoldás során, végtelen sok megoldás keresése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A tanult ismeretek felidézése:</p> <p>A vektor fogalma, vektorműveletek, vektorok felbontása, vektorkoordináták.</p> <p>A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik.</p> <p>A vektor <math>90^\circ</math>-os elforgatottjának koordinátái.</p>		
<p>Két vektor skaláris szorzata.</p> <p>A művelet újszerűségének bemutatása. Jelölések megjegyzése.</p> <p>A skaláris szorzat tulajdonságai.</p> <p>A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban.</p> <p>Merőleges vektorok skaláris szorzata.</p> <p>Két vektor skaláris szorzatának kifejezése a vektorkoordináták segítségével.</p>		<i>Fizika:</i> munka, elektromosság.
<p>Távolságok, magasságok meghatározása arányokkal.</p> <p>A valóság kicsinyített ábrájáról szögek és szakaszok meghatározása méréssel és számolással.</p> <p>A hegyesszögek szögfüggvényeinek definíciója.</p> <p>Szögfüggvény értékének és szögek értékének meghatározása számológéppel.</p> <p>Számítási feladatok derékszögű háromszögben a szögfüggvények használatával síkban és térben.</p>		<i>Fizika:</i> lejtőn mozgó testre ható erők kiszámítása.
<p>A háromszög területének kifejezése két oldal és a közbezárt szög segítségével.</p> <p>Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása.</p> <p>Alakzatok adatainak meghatározása.</p> <p>Színusztétel és bizonyítása.</p> <p>Koszínusztétel.</p> <p>Összefüggések egy adott szög különböző szög szögfüggvényei között:</p> <p>Pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei.</p> <p>Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel.</p>		<p><i>Földrajz:</i> távolságok, szögek kiszámítása – terepmérési feladatok.</p> <p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>

Szögtávolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban: épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével. Számológép használata.		
Trigonometrikus függvények képe. Egyszerű trigonometrikus egyenletek megoldása számológép segítségével.		<i>Fizika:</i> rezgőmozgás; adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Skaláris szorzat. Szinusz, koszinusz, tangens. Szinusztétel, koszinusztétel, háromszög trigonometrikus területképlete.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>6. Koordinátageometria</b>	<b>Órakeret 24 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Koordináta-rendszer, vektorok, vektorműveletek megadása koordinátákkal. Helyvektor, szabadvektor. Ponthalmazok koordináta-rendszerben. Függvények ábrázolása. Elsőfokú, másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldása.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Elemi geometriai ismeretek megközelítése új eszközzel. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Számítógép használata.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
Vektorok alapvető fogalmai: nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, szabad vektor fogalma, vektor abszolútértéke. Vektorműveletek alkalmazása a vektorok koordinátáinak segítségével. A koordináta-rendszerben megadott pontok és vektorok koordinátái. Ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben.		
Két pont távolsága. A Pitagorasz-tétel alkalmazása. Vektor abszolútértékének kiszámítása. Két vektor hajlásszöge. Skaláris szorzat használata.		
Szakasz felezőpontjának, harmadolópontjának koordinátái. A háromszög súlypontjának koordinátái. Elemi geometriai ismeretek alkalmazása, vektorok használata, koordináták-kiszámolása.		<i>Fizika:</i> alakzatok tömegközéppontja.
Az egyenes helyzetét jellemző adatok: irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens. A különböző jellemzők közötti kapcsolat értéke, használata.		<i>Fizika:</i> mérések értékelése.

<p>Két egyenes párhuzamosságának és merőlegességének a feltétele az egyenes meredekségének segítségével. Az egyenes egyenlete: –normálvektoros egyenlet; –iránytényezős egyenlet. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel. A feladathoz alkalmas egyenlettípus kiválasztása. Két egyenes metszéspontja. Egyenletrendszerek megoldási módszereinek felidézése.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>A kör egyenlete. Kör egyenletének felírása a középpont és a sugár ismeretében. A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. A kör egy adott pontjában húzott érintőjének egyenlete.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>
<p>Ponthalmazok a koordinátasíkon. Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek vizsgálata, ábrázolása.</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Vektor, irányvektor, normálvektor, iránytényező. Alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Leíró statisztika, valószínűség-számítás	Órakeret 10 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Adatok elemzése, táblázatok, grafikonok használata. Terjedelem, átlag, medián, módusz, szórás. Klasszikus valószínűségi modell.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának bővítése, mélyítése. A kombinatorikai ismeretek alkalmazása valószínűség meghatározására.	
<b>Ismeretek és fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Statisztikai mintavétel. Reprezentatív minta fogalmának szemléletes értelmezése. tatisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középértékekkel és szóródási mutatókkal. Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. A minta terjedelme. Átlag, medián, módusz, szórás. A kapott adatok értelmezése, statisztikai következtetések. Adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal.</p>		<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások. <i>Földrajz:</i> statisztikai évkönyv.</p>
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. A modell és a valóság kapcsolata. Esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség fogalma.</p>		

<p>Események összege, szorzata, komplementer esemény, egymást kizáró események.          Klasszikus valószínűségi modell és a Laplace              A tanult kombinatorikai módszerek használata.              A valószínűség becslése, számolása.  <i>Matematikatörténet:</i> Pólya György, Rényi Alfréd, Erdős Pál.</p>	
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Valószínűség. A valószínűség klasszikus modellje.</p>

<p><b>A fejlesztés várt eredményei és a továbbhaladás feltételei a 11. évfolyam végén</b></p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>          –A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.          –Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.          –Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.          –Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.          –A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.</p> <p><i>Számelmélet, algebra</i>          –A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.          –A logaritmus fogalmának ismerete.          –A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.          –A számológép biztos használata.</p> <p><i>Geometria</i>          –Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete.          –Két vektor skaláris szorzata alkalmazása.          –Forgásszögek-szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.          –Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.          –Valós problémákhoz geometriai modell alkotása.          –A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.</p> <p><i>Függvények, az analízis elemei</i>          –Az exponenciálisfüggvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.          – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata.</p> <p><i>Valószínűség, statisztika</i>          –Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.          –A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása.          –Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 12. évfolyam

**Óraszám: 112 óra/év**  
**4 óra/hét**

### Az éves óraszám felosztása

Sorszám	Témakör	Óraszám
1.	Sorozatok	20 óra
2.	Felszín-, és térfogatszámítás	27 óra
3.	Kombinatorika, valószínűség számítás, gráfok, matematikai logika, leíró statisztika (rendszerező összefoglalás)	10 óra
4.	Algebra, számelmélet (rendszerező összefoglalás)	12 óra
5.	Függvény, sorozat (rendszerező összefoglalás)	12 óra
6.	Geometria, mérés (rendszerező összefoglalás)	20 óra
7.	Érettségi feladatok gyakorlása	7 óra
8.	Összefoglalás, számonkérés	4 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Sorozatok	Órakeret 20 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Számítási sorozat, mértani sorozat fogalma, egyszerű alapösszefüggések.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A hétköznapi életben és a matematikai problémákban a sorozattal leírható mennyiségek felismerése. Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása. Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása. Sorozat megadása képlettel, rekurzióval – Fibonacci-sorozat. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.		<i>Informatika:</i> algoritmusok.
Számítási sorozat fogalma. A számítási sorozat $n$ -edik tagja. A számítási sorozat első $n$ tagjának összegének kiszámítási módja. A számítási közép tulajdonság. Számítási feladatok a számítási sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására. Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.		



<p>Mértani sorozat fogalma.  A mértani sorozat <math>n</math>-edik tagja.  A mértani sorozat első <math>n</math> tagja összegének kiszámítási módja.  A mértani közép tulajdonság.  Számítási feladatok a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására.  Szöveges feladatok gyakorlati alkalmazásokkal.  Exponenciális folyamatok a természettudományban és a társadalomtudományokban.</p>	<p><i>Fizika; kémia;  biológia-egészségtan;  földrajz, történelem,  társadalmi és  állampolgári  ismeretek:  exponenciális  folyamatok.</i></p>
<p>Gyakorlati alkalmazások – kamatszámítás.  Pénzügyi alapfogalmak – kamatos kamat, törlesztőrészlet, hitel, THM, gyűjtőjáradék.  Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségek és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása.</p>	<p><i>Földrajz:  világgazdaság – hitel –  adósság – eladósodás.</i></p>
<p><b>Kulcsfogalmak/  fogalmak</b></p>	<p>Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, tőke, kamatláb, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet</p>

<b>Tematikai egység/  Fejlesztési cél</b>	<b>2.. Térgeometria, felszín, térfogat</b>	<b>Órakeret  27 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Térelemek illeszkedése, távolsága, szöge. Térbeli testek jellemzői: csúcs, lap, átló, felszín, térfogat.	
<b>A tematikai egység  nevelési-fejlesztési  céljai</b>	A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti háttérük megteremtése. A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Térelemek.  Két kitérő egyenes hajlásszöge.  Síkra merőleges egyenes.  Egyenes és sík hajlásszöge.  Két sík hajlásszöge.  Pont távolsága síktól.  Két párhuzamos sík távolsága.  Két kitérő egyenes távolsága.  A fogalmak bemutatása modelleken és a környezetünk tárgyain.  Modellezőkészletek használata.  Digitális technikák használata térbeli ábrák megjelenítéséhez.</p>		<p><i>Vizuális kultúra:  axonometria.</i></p>
<p>Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése.  Síkidomok kerülete, területe.  Képi emlékezés, ismeretek felidézése.  Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.</p>		
<p>Testek, szabályos testek.  Térbeli modellek használata, készítése.</p>		<p><i>Informatika:  számítógépes</i></p>

Számítógép használata ábrázoláshoz. Ábrakészítés térbeli testekről.	szimulációs program használata.
A térfogatszámítás alapelvei. Mérőszám és mértékegység.	
Egyenes hasáb felszíne, térfogata. Forgáshenger felszíne, térfogata. Az összefüggések alkalmazása változatos térgeometriai feladatokban, gyakorlati alkalmazások.	<i>Informatika:</i> számítógépes program használata.
A kúp felszíne, térfogata. A közelítés szemléletes fogalma. Csonkagúla, csonkakúp. A csonkagúla, csonkakúp térfogata és felszíne. A hasonlóság alkalmazása. A gömb térfogata és felszíne. Térgeometriai ismeretek alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> Cavalieri.	<i>Vizuális kultúra:</i> építészet.  <i>Biológia-egészségtan:</i> keringéssel kapcsolatos számítási feladatok.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Felszín, térfogat, hengyszerű test, kúpszerű test, csonkagúla, csonkakúp.

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret 54 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A 4 év matematika anyaga.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben. A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modellek, számítási-bizonyítási módszerek keresése. Az ismeretek gyakorlati problémákra való alkalmazása. A matematika épülésének folyamatába történő betekintés a matematikatörténet néhány fejezetének, nagy egyéniségének megismerésével.	
<b>Ismeretek/fejlesztési követelmények</b>		<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p><i>Gondolkodási módszerek.</i> Halmazok. Számhalmazok. A halmazok alkalmazási területei a matematika különböző ágaiban. A halmazok szemléltetésre, az összefüggések áttekintésére, közös tulajdonságok kiemelésére való használata. A valós számok halmaza fogalmának megerősítése, a számkörbővítés lépéseinek az áttekintése.</p> <p>Logikai ismeretek. A matematikai szövegek helyes értelmezése. Pontos fogalmazásra való törekvés, a definíciókban, tételekben szereplő feltételek szerepének, jelentésének tudatosítása. A</p>		

<p>logikai műveletek során a bizonyítások, feladatmegoldások tudatos alkalmazása.</p> <p>A matematikában tanult módszerek.</p> <p>A bizonyítási módszerek rendszerezése feladatokon, gyakorlati alkalmazásokon keresztül: a direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulyaelv.</p> <p>Kombinatorika, gráfelmélet.</p> <p>A sorbarendezi és leszámolási feladatok alaptípusainak felismerése – gráfok alkalmazása a problémamegoldás során.</p>	
<p><b>Számelmélet, algebra.</b></p> <p>Számhalmazok.</p> <p>A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata. Az eredmények várható értékének becslése – annak vizsgálata, hogy reális-e az eredményünk.</p> <p>Algebrai alapfogalmak, azonosságok.</p> <p>Átalakítások algebrai kifejezésekkel.</p> <p>A zsebszámológép használata.</p> <p>Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek.</p> <p>Változatos módszerek alkalmazása, többféle megoldás keresése. Gyakorlati problémákat tartalmazó szöveges feladatok megoldása. A különböző témakörökhöz tartozó problémák közötti kapcsolatok észrevétele.</p> <p>Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása.</p>	
<p><b>Geometria.</b></p> <p>Mérés és mérték.</p> <p>A hosszúság -, terület -, térfogatmérés, a szögmérés fontos kérdése: mi a problémához illő egység, milyen pontosan adjuk meg az eredményt.</p> <p>A geometriai szerkesztések.</p> <p>Megengedett szerkesztési lépések és eszközök használata.</p> <p>A geometriai transzformációk.</p> <p>A geometriai transzformációk előfordulásainak keresése környezetünkben. A szimmetria és a harmónia észrevétele a művészetekben.</p> <p>A háromszögekre vonatkozó ismeretek.</p> <p>A négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek.</p> <p>Körre vonatkozó ismeretek.</p> <p>Az alakzatok tulajdonságainak, nevezetes vonalainak felidézése, az absztrakciós készség fejlődése.</p> <p>Trigonometria.</p> <p>Vektorok, koordináta geometria.</p> <p>A trigonometria és a koordináta geometria a geometriai és az algebrai készségeket együtt fejleszti.</p>	
<p><b>Sorozatok, függvények.</b></p> <p>Függvények grafikonjai, jellemzésük.</p> <p>Függvénytranszformációk.</p> <p>Függvények a matematikában, a természettudományokban és hétköznapjainkban.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes program használata.</p>

Számtani és mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.	
<p><b>Statisztika, valószínűség.</b> Adatsokaságok elemzése. Véletlen jelenségek vizsgálata. Vélemények megbeszélése, érvelés, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése. A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban.</p>	<p><i>Informatika:</i> táblázatkezelő, adatbáziskezelő program használata.</p>
<p><b>Tudománytörténeti és matematikai érdekességek, neves matematikusok.</b> Néhány matematikatörténeti szemelvény. A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. Pl. nem euklideszi geometria – Bolyai János, Bolyai Farkas; nagy Fermat-tétel, számítógépek fejlődése – Neumann János... A matematika néhány filozófiai kérdése. A matematika fejlődésének külső és belső hajtóerői. Néhány megoldatlan és megoldhatatlan probléma.</p>	<p><i>Informatika:</i> könyvtárhasználat, internethasználat.</p>

<p><b>A fejlesztés várt eredményei és az érettségire bocsátás feltételei a 12. évfolyam végén</b></p>	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.</li> <li>–Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.</li> <li>–Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.</li> <li>–Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.</li> <li>–A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.</li> <li>–A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.</li> </ul> <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.</li> <li>–A logaritmus fogalmának ismerete.</li> <li>–A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.</li> <li>–A számológép biztos használata.</li> </ul> <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete.</li> <li>–Két vektor skaláris szorzata alkalmazása.</li> <li>–Szinusz és koszinusztétel alkalmazása.</li> <li>–Valós problémákhoz geometriai modell alkotása.</li> <li>–A geometriai és az algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.</li> <li>–Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.</li> <li>–Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.</li> </ul>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

*Függvények, az analízis elemei*

- Exponenciális folyamatok matematikai modelljének használata.
- A számtani és a mértani sorozat ismerete, feladatokban való alkalmazása.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.

*Valószínűség, statisztika*

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módjának alkalmazása.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

A matematikai tanulmányok végére a tanulók önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.

Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.

Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni (pl. gazdasági, pénzügyi kérdésekben).

Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.

Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.

A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.

A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.

A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. Rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.