

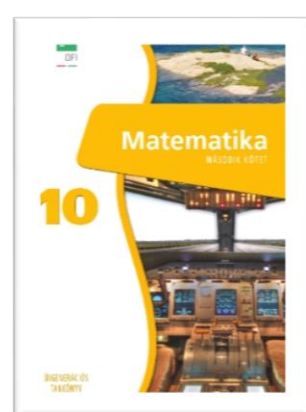
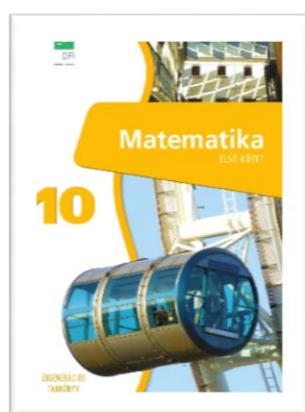
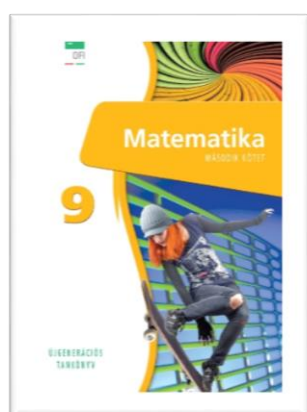
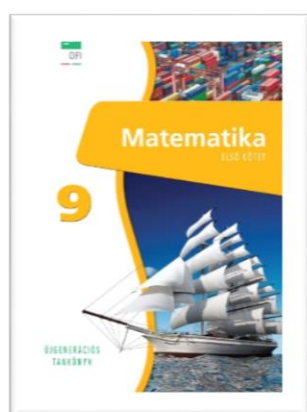
TANÁRI KÉZIKÖNYV

FI-503010901/1 MATEMATIKA 9. I. KÖTET

FI-503010902/1 MATEMATIKA 9. II. KÖTET

FI-503011001/1 MATEMATIKA 10. I. KÖTET

FI-503011002/1 MATEMATIKA 10. II. KÖTET



ESZTERHÁZY KÁROLY EGYETEM – OKTATÁSKUTATÓ ÉS FEJLESZTŐ INTÉZET

A kézikönyv a Széchenyi 2020 Fejlesztési program Emberi Erőforrás Fejlesztési Operatív Programjának EFOP-3.2.2-VEKOP-15-2016-0001 számú, A köznevelés tartalmi szabályozóinak megfelelő tankönyvek, taneszközök fejlesztése és digitális tartalomfejlesztés című projektje keretében készült. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

Szerző

Barcza István

Szerkesztő

Tóthné Szalontay Anna

Olvasószerkesztő

Gönye László

Sorozatterv, tipográfia

Takács Brigitta Rita

Tördelés

Takács Brigitta Rita

© 1. kiadás, 2017

© Eszterházy Károly Egyetem - Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet, 2017

Raktári szám: FI-503010901/1K

Eszterházy Károly Egyetem - Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet

1143 Budapest, Szobránc utca 6–8.

www.ofi.hu

Felelős kiadó

dr. Liptai Kálmán rektor

TARTALOM

BEVEZETŐ	4
I. AZ ÚJGENERÁCIÓS TANKÖNYVEK FEJLESZTÉSI CÉLJAINAK MEGVALÓSULÁSA.....	5
<i>I.1. Korszerű műveltségkép közvetítése.....</i>	<i>5</i>
<i>I.2. Tanuló- és tanulásközpontú tananyag-feldolgozás</i>	<i>6</i>
<i>I.3. A szövegértés és szövegalkotás fejlesztése</i>	<i>8</i>
<i>I.4. A digitális műveltség fejlesztése.....</i>	<i>8</i>
<i>I.5. Az iskolai kipróbálás legfontosabb tapasztalatai.....</i>	<i>8</i>
II. A TANKÖNYV FELÉPÍTÉSE, TÉMAKÖRÖK BEMUTATÁSA	10
<i>II.1. A tanítás és tanulás eredményességét elősegítő eszközök és megoldások</i>	<i>10</i>
II.1.1. A tartalmi egységek, témakörök, fejezetek egymásra épülése	10
II.1.2. A tankönyvi fejezetek és leckék szerkezete és alkotóelemei	11
II.1.3. A tankönyv feladattípusai és grafikai eszközei	12
<i>II.2. A tankönyv nagy témakörei tankönyvenként elkülönítve.</i>	<i>13</i>
II.2.1. Kilencedik osztályos tananyag	13
II.2.2. Tizedik osztályos tananyag.....	29
III. A TANKÖNYVEK EREDMÉNYES HASZNÁLATÁNAK FELTÉTELEI ÉS LEHETŐSÉGEI..	49
<i>III.1. Hatékony tanítási módszerek és tanulási technikák</i>	<i>49</i>
<i>III.2. A tankönyv tanórai és otthoni használatának lehetőségei.....</i>	<i>49</i>
<i>III.3. A tankönyvre épülő normál és rugalmas tanmenetek</i>	<i>50</i>
III.3.1. Kilencedik osztályos tanmenet	50
III.3.2. Tizedik osztályos tanmenet.....	60

BEVEZETŐ

Ez a kézikönyv az Oktatókutató és Fejlesztő Intézet által megjelentetett újgenerációs matematika tankönyvcsalád 9–10. osztályos tankönyvéhez készült segédanyag. Célja a tankönyvet használó tanárok munkájának segítése.

A legfontosabb újdonság ezekben a tankönyvekben talán az, hogy más szerepet szánunk a diáknak és a tanárnak, de magának a tankönyvnek is, mint ahogy az a korábbi években jellemző volt. A tankönyvekben kevesebb szerep jut a központi, frontális tanári munkának, és több a diákok szövegértésének és kreativitásának, illetve a tankönyv órai használatának. A tanulók nem az elhangzott, hanem a maguk által elolvasott anyagot értelmezik. A beszédet felváltja a szöveg, a szóbeliséget az írásbeliség.

Ez az újszerűség nem csak abban áll, hogy a tanulók önállóan oldják meg a feladatokat, talán ez eddig is így történt sok helyen, hanem abban is, hogy maguk értik meg az elméletet, sőt, jó esetben a feladatok megoldása révén maguk jönnek rá az elméleti összefüggésekre.

Bátorságunkon és önfegyelmünkön múlik, hogy visszalépünk-e mi, tanárok, és engedjük-e a diákokat önállóan, de nem magukra hagyva tanulni. A tábla és az osztály között álló tanár helyett a diákok közt körbejáró tanárt igényli ez a könyv. Aki elakad, azt segíteni, aki nem csinálja, azt ösztönözni kell.

Természetesen szükség van most is minden órán a központi szóra, de más a szerepe: elindítani az önálló munkát. Mindez nem gyengíti a tanár szerepét, hanem máshová helyezi. Ez sokszor nehezebb is, mint a klasszikus frontális technika.

A tankönyv gyakran csoportmunkát ír elő, természetesen csak javaslatként, de meggyőződéssel. Ez a munkaforma óhatatlanul „zajjal” jár. Ennek koordinálása, mederben tartása a tanár feladata, miközben újra csak lemond a tanítás direkt módjáról: a tudás forrásává a diákok válnak egymás számára. Mindenki megszólalhat és aktívan részt vehet az órán, nem kell senkinek a teljes tanítási óra alatt némán, passzívan figyelnie. Közben a diákok észrevétlenül azt is megtanulhatják, hogyan kell egymásra figyelve, egymás véleményét, észrevételeit meghallgatva, egymással együttműködve eljutni közösen a megoldásig.

A tankönyv szerkezeti sajátossága, hogy minden lecke egy-egy tanóra, arányosan tált feladatokkal, illetve házi feladatokkal, olykor emelt szintű anyaggal. Segítség ez a tanárnak, minden órára kész feladatsort, „konzervet” kap kézhez. Ugyanakkor nehézséget is okozhat, amennyiben nem feltétlen épít a tanári kreativitásra, a teremtő felkészülésre. Készülésre most is szükség van. Ismernünk kell a feladatokat, a különböző megoldási módszerekre számítanunk kell. Nekünk kell átlátnunk az elmélet és a feladatok közti kapcsolatot, de a feladatok közti ívet is. Bátran lépünk tovább önállóan, vagy találjunk ki a tankönyv szellemiségéhez illeszkedő feladatokat, ha szükségét érezzük, és a csoport is igényli!

Ez a kézikönyv elméleti összefoglalót nyújt a tankönyv megvalósulásáról és szemléletéről, majd konkrét útmutatót a fejezetekhez, végül tanmenetet az időbeli elosztáshoz. Reméljük, valóban segítséget jelent.

Jó munkát kívánunk!

I. AZ ÚJGENERÁCIÓS TANKÖNYVEK FEJLESZTÉSI CÉLJAINAK MEGVALÓSULÁSA

I.1. Korszerű műveltségkép közvetítése

Az újgenerációs matematika tankönyv alapvető célkitűzése, hogy a tananyagot a mindennapi élethez közelítse. Emiatt a tananyag feldolgozása a mindennapi tapasztalatokból és élethelyzetekből indul ki.

A tananyagfejlesztés alapjául a Körneyi László – dr. Korányi Erzsébet – dr. Marosvári Péter (és Dömel András) Matematika 9–10. *Közel a mindennapokhoz* című tankönyveinek szerzői anyagai szolgáltak, a projekt céljainak megfelelően. Az eredeti tankönyvek 2012-ben a Nemzedékek Tudása Tankönyvkiadónál jelentek meg.

A tankönyvek a teljes hagyományos tananyagot feldolgozzák, de modern szemléletben hozzák közel a tanulókhoz a matematikát. Egyértelművé teszik, hogy a matematikai műveltség nem csak az arra „kiválasztottaknak” elérhető, vagy csak a szakirányban tanulók számára fontos. A matematika a mindennapjaink nélkülözhetetlen része, a minket körülölelő, rohanó világ megértésének egyik legfontosabb eszköze.

A tananyag feldolgozása alkalmazkodik a legújabb tantervi előírásokhoz, a tanulói kompetenciamérésekre való felkészítésben hatékonyan segíti a tanárt és a tanulót.

A tankönyvek a digitális kompetencia fejlesztésének lehetőségeire külön is felhívják a tanuló és a tanár figyelmét, de számos más kompetencia fejlesztését is célul tűzik ki.

Mivel a koncepciónak az egyik legfontosabb pillére, hogy ismeretben csak és kizárólag a szükséges anyagot tartalmazza, ezért a 9. és 10. évfolyamokon kizárólag a középszintű érettségien releváns ismereteket dolgozza fel, az Emelt szintű követelmény azonban mindvégig, de tipográfiaiilag elkülönítve kerül ismertetésre. Hangsúlyos elvárás, hogy a tananyag feldolgozásának vázát ebben az esetben is a középszintű követelmények ismeretanyaga határozza meg. A beszúrt többlet a középszint egységét nem töri meg.

A matematikán túlmutató cél – az alapvető műveltség és tájékozottság kialakítása a tanulóknban – kapcsolódik más tantárgyakhoz.

Az egyik leggyakrabban előkerülő téma a gazdasági és pénzügyi nevelés kérdése. A felnövekvő nemzedéknek hasznosítható ismeretekkel kell rendelkeznie a világgazdaság, a nemzetgazdaság, a vállalkozások és a háztartások életét meghatározó gazdasági-pénzügyi intézményekről és folyamatokról. Ehhez nyújt segítséget például egy fordítóiroda költséghatékony működtetéséről szóló Kidolgozott feladat a 10/1 Tk. 42. leckéjének elejéről.

A tanulók középiskolai tanulmányaik során ismerkednek a média működésével is, a média és a társadalom közötti kölcsönös kapcsolatokkal, a valóságos és a virtuális, a nyilvános és a bizalmas érintkezés megkülönböztetésének módjával, valamint e különbségek és az említett médiajellemzők jogi és etikai jelentőségével.

A tankönyv közvetve hivatkozik a diákok ezen ismeretére, illetve összeköti a médiából szerzett tudást, látványt a geometriával. Erre példa Michelangelo Antonioni 1966-os Nagyítás c. filmjére alapozó lecke (10/2 Tk. 54. lecke).

Az idézett mozifilmben az eredeti képről készült egyre nagyobb arányú nagyítások mindegyikénél a hasonlósági transzformáció minden tulajdonságát tudjuk szemléltetni. A tiszta geometriai probléma háttérül szolgáló film megismerése tágítja a tanulók szellemi horizontját.

Az egészséges nevelésre, illetve életre utaló feladat például a 10/2 Tk. 79. leckéjének Kidolgozott feladatában szereplő testtömegindex-számítás.

A világ értékeinek megóvása is előtérbe kerül. Cél, hogy a természet és a környezet ismeretén és szeretetén alapuló környezetkímélő, értékvédő, a fenntarthatóság mellett elkötelezett magatartás váljék meghatározóvá a tanulók számára.

Az épített környezet védelmére példa az 1987 óta az UNESCO védelme alatt álló Budavári Siklóról szóló feladat (10/2 Tk. 72. lecke, 2. Házi feladat), amely hivatkozik az építés körülményeire is: „...gróf Széchenyi István fiának, Széchenyi Ödönnek a kezdeményezésére építették...”

A felnövekvő nemzedéknek ismernie és becsülnie kell az életformák gazdag változatosságát a természetben és a kultúrában. A diákoknak meg kell tanulniuk, hogy az erőforrásokat tudatosan, takarékosan és felelősségteljesen, megújulási képességükre tekintettel használják. Cél, hogy a természet és a környezet ismeretén és szeretetén alapuló környezetkímélő, értékvédő, a fenntarthatóság mellett elkötelezett magatartás váljék meghatározóvá számukra. A tankönyv feladataiban ennek fényében több helyen is megjelenik a környezetvédelem és a helyes életmódra való nevelés, valamint társaink tiszteletére és elfogadására való nevelés. Előbbire példa a veszélyes hulladék megsemmisítéséről szóló feladat (10/1 Tk. 31. lecke, 4. Feladat).

A szociális kompetenciát érintő feladatok az önismeret és a társaskultúra fejlesztését tűzik ki célul. Az önismeret – mint a személyes tapasztalatok és a megszerzett ismeretek tudatosításán alapuló, fejlődő és fejleszthető képesség – a társas kapcsolati kultúra alapja. Elő kell segíteni a tanuló kedvező szellemi fejlődését, készségeinek optimális alakulását, tudásának és kompetenciáinak kifejezésre jutását, s valamennyi tudásterület megfelelő kiművelését. Ezt szolgálják a tankönyvekben felbukkanó csoportmunkára hívó leckék (Pl. a 10/1 Tk. 23. leckéje: Függvények egy-egy konkrét problémához címmel a másodfokú függvények tárgyalását előzi meg. A lecke segít a függvényekről kilencedik osztályban tanultak átismétlésében, afféle bevezető jelleggel. A tanórai csoportmunka – ahogy a következő két leckében is – a tanulók szociális kompetenciáját fejleszti.)

1.2. Tanuló- és tanulásközpontú tananyag-feldolgozás

Az első két évfolyam új generációs matematika tankönyve – a 9. és a 10. osztályos – két-két kötetben jelent meg, összesen 91, illetve 89 lecke folyamatos számozásával évfolyamonként.

A tankönyvek a tanév óráira – első és második félévre bontva – előre megtervezett tananyagot tartalmaznak, kész tanmenetet adva a tanárnak. A tankönyvek egy-egy leckéje egy-egy tanórának felel meg, a gyakorló és a tudást felmérő órákat is tartalmazza.

Mindegyik lecke egy-egy tanóra teljes felépítését adja: a Bevezetés a rengeteg, valódi életből vett problémával a motiválás eszköze; majd megértést előmozdító Kidolgozott feladatok következnek. Ezután Elméleti tudnivalók, órai Feladatok (a könyv végén megadott eredményekkel) és Házi feladatok találhatók. A tankönyv főbb strukturális elemei tehát:

- Bevezető, Kidolgozott feladatok, Elmélet, Feladatok, Házi feladatok.
- A leckékhez sok esetben csatlakozik „Rádás”, amely érdekességeket, hasznos tudnivalókat, nem kötelező matematikai ismereteket tartalmaz.
- A tankönyv Emelt szintű érettségi követelményei között megtalálható minden olyan Elméleti ismeretet is tartalmaz, amely egy-egy adott lecke témájához kötődik (definíciók, tételek és bizonyításuk stb.).
- Ha szükséges, az egység egy matematika érdekességgel zárul.
- Tudáspróba: Az egyes tematikus szakaszhatárokon, szintén tanulási egység tagolással, Gyakorlás című fejezet van, Tudáspróbával, illetve Témazáró feladatgyűjteménnyel.

A tankönyv egyik fontos szempontja a másokért vállalt felelősségvállalás, a szolidaritás, az önkéntesség megismerése, erősítése. A NAT ösztönzi a személyiség fejlesztését, kibontakozását segítő nevelést-oktatást: célul tűzi ki a hátrányos helyzetű vagy fogyatékkal élő emberek iránti szociális érzékenység, segítő magatartás kialakítását a tanulóknál úgy, hogy sajátélményű tanuláson keresztül ismerik meg ezeknek a csoportoknak a sajátos igényeit, élethelyzetét. Ezeknek a begyakorlására a tankönyvek javaslatokat adnak a tananyag feldolgozási módszerére, a tanóra szervezésére vonatkozóan: kooperatív csoportmunkára, pármunkára, egyéni munkára, gyakorlásra, tudáspróbára ösztönöznek. Ezeknek a szociális helyzeteknek a támogatása, illetve a különféle formák – csoportverseny, kerekasztal, szóforgó, szakértői csoportok – változatos megjelenítése a tankönyv egyik fő erénye.

A felkínált munkaformák mellett sokszínű a tankönyv kínálata a feladatok terén is. A klasszikus, zárt végű feladatok mellett nyílt végű feladatok is szerepelnek, ahol több lehetséges megoldás is elfogadható, de szükséges az eredmény érvényességének vizsgálata. Az ilyen típusú feladatoknál nagyobb szerepet kap az önértékelés és modellalkotási kompetencia, ugyanakkor a tanár szerepe is nélkülözhetetlen. Természetesen nyílt és zárt végű feladatokat is lehet egyénileg órán, projektfeladat keretében vagy csoportosan végezni. A feladat része (lezárása) sokszor egy előadás, megbeszélés, közös értékelése.

A 9–10. évfolyamra kidolgozott négy tankönyvben minden kerettantervi tananyag sorra kerül, amely ebben a két évben esedékes. A tanulók ennek alapján fel tudnak készülni a középszintű érettségire úgy, hogy az érdeklődők már a 9. és 10. évfolyamon is megismerhetik az emelt szintű érettségi többletkövetelményeit.

1.3. A szövegértés és szövegalkotás fejlesztése

Hangsúlyosan jelennek meg a tankönyvben a szövegértési és szövegalkotási képességek fejlesztésére irányuló feladatok. Ezek a motiválásban is jelentős szerephez jutnak, hiszen nemcsak ismerős, hanem érdekes is a tanuló számára az, amit itt olvas, tanul.

Szövegértés-fejlesztő feladatok például egy újságcikk részlete, egy mérés körülményeit leíró jegyzőkönyv. Azaz olyan szövegrészletek, amelyek ábrákkal, grafikonokkal és táblázatokkal kiegészítve életszerű helyzetet vázolnak fel, és az ezzel kapcsolatos problémákat vagy kérdéseket fogalmazzák meg. Egy szövegrészlethez általában több kérdés is tartozik.

Egy-egy új téma felvezetése mindig valamilyen mindennapi problémából indul ki. Lehet egy történetben vagy egy matematikatörténeti anekdotában előhozni a kívánt kérdést. Ebből kiindulva bukkan fel az adott matematikai ismeret. Ezután az órán feltétlenül megoldandó – kidolgozott – feladatok következnek. Elsősorban a szövegértés és a szövegalkotás tudatos fejlesztése és gyakoroltatása az, amely révén a tankönyv a tanuló sikerességét alapvetően meghatározó kompetenciák fejlesztéséhez is hozzájárul.

A kerettantervben megfogalmazott fejlesztési feladatokat változatos szöveggörnyezettel, önálló cselekvésre ösztönözve, a szocializációt is segítve, sokszínűen közelítik meg a tankönyvek. Az egyes témaköröket bővebb, a felzárkóztatásra vagy a tehetséggondozásra is lehetőséget adó feladatok szélesítik. Mindez gazdag képi megjelenítéssel és színes, mozgalmas tipográfiával párosul, amely remélhetőleg felkelti a gyerekek és a pedagógusok érdeklődését egyaránt.

1.4. A digitális műveltség fejlesztése

A tankönyv a digitális kompetencia fejlesztésének lehetőségeire külön is felhívja a tanulók és a tanár figyelmét, de számos más kompetencia fejlesztését is célul tűzi ki. A tankönyv folyamatos kitekintést kínál különböző, mindenki számára elérhető programokra. A legfontosabb, akár okostelefonra is ingyenesen letölthető alkalmazás a GeoGebra, illetve a Graph. A Nemzeti Köznevelési Portál (<https://portal.nkp.hu>) oldalán is sok kapcsolat található a tankönyv leckéivel.

1.5. Az iskolai kipróbálás legfontosabb tapasztalatai

A tankönyv átfogó kipróbálási folyamaton, és ennek megfelelően komoly javításokon és több változáson esett át a tankönyvet kipróbáló tanárok visszajelzései alapján. A legfontosabb változások az alábbiak:

- A leckék címe a matematikai tartalmat tükrözi.
- A leckéket csak évfolyamon belül számozza folyamatosan a könyv. A számozás újraindul tizedikben.

- A leckék száma is csökkent, hogy heti 3 óra esetén is tartani lehessen az ütemet. Ez nagyobb mozgásteret ad a tanárnak. Néhány lecke Ráadás lecke lett, jelezve, hogy ez már túlmutat a középfokú szinten. A magas szintű, nehéz feladatok úgyszintén Ráadás részbe kerültek.
- A kipróbáló tanárok kérésére kerültek be egyszerű, bevezető, gyakoroltató feladatok, illetve a fejezetvégi Témazáró feladatgyűjtemények.
- Minden feladatnak megvan az eredménye a tankönyv végén, ezzel is nagy segítséget nyújtva a felhasználóknak, tanárnak, diáknak egyaránt.
- A rajzok is „frissültek” az előző kiadáshoz képest.
- A fejezetek sorrendje néha megváltozott (pl. a teljesen új fogalmat bevezető trigonometria nem május második felében, a tanév legvégén kerül sorra tizedikben). A hosszabb fejezetek két részre bontva kerültek be a könyvbe: pl. a tizedikes tankönyvben a másodfokú egyenletekkel foglalkozó hosszú témakör ilyen. Így ez a tanév során kétszer kerül elő – az első rész a másodfokú egyenletek megoldását, alkalmazását tartalmazza, a második rész pedig, a tanév utolsó témaköreként, a másodfokú egyenlőtlenségeket és egyenletrendszereket, ezek alkalmazását tartalmazza.
- A feladatok szövegezése is egyszerűsödött, ahol bonyolult és körülményes volt, vagy nem volt a korosztálynak megfelelő témájú.
- Az Elméleti részekben világosan elkülönül egymástól a definíció, illetve a tétel.
- A tájékozódás megsegítése érdekében a tankönyv témakörei már a tankönyv elején megjelennek, kedvcsináló szövegbuborékokban.

II. A TANKÖNYV FELÉPÍTÉSE, TÉMAKÖRÖK BEMUTATÁSA

II.1. A tanítás és tanulás eredményességét elősegítő eszközök és megoldások

II.1.1. A tartalmi egységek, témakörök, fejezetek egymásra épülése

A négy kötetben az alábbi fejezetek szerepelnek:

Kilencedik osztályos tankönyv

KOMBINATORIKA, HALMAZOK	kombinatorika, halmazelmélet
A SZÁMOK VILÁGA	algebra
HOSSZÚSÁG, TERÜLET, TÉRFOGAT	geometria
ADATOK ÉS FÜGGVÉNYEK	analízis
EGYENLETEK ÉS EGYENLETRENDSZEREK	algebra
EGYBEVÁGÓSÁG ÉS SÍKIDOMOK	geometria

Tizedik osztályos tankönyv

LOGIKA	logika
KÖZÉPÉRTÉKEK ÉS A NÉGYZETGYÖK	algebra
GEOMETRIAI MÉRÉSEK, SZÁMÍTÁSOK	geometria
MÁSODFOKÚ FÜGGVÉNYEK	analízis
MÁSODFOKÚ EGYENLETEK	algebra
VEKTOROK ÉS A HASONLÓSÁG	geometria
SZÖGFÜGGVÉNYEK	geometria
EGYENLŐTLENSÉGEK, EGYENLETEK, EGYENLETRENDSZEREK	algebra

Kissé elnagyoltan ugyan, de a fejezetek bekegorizálhatók az egyes matematikai tudományterületekre.

Az Algebra öt fejezete a számoktól az egyenleteken, négyzetgyökön keresztül a másodfokú egyenletekig, egyenlőtlenségekig vezet.

Az Analízis két fejezete az általános függvényfogalomtól a másodfokú függvényekig jut el.

A Geometria szintén öt fejezete a hosszúságméréstől az egybevágóságon át a hasonlóságig és a szögfüggvényekig ível.

Önálló témaként jelenik meg a Kombinatorika, a Halmazelmélet és a Logika mint a modern matematika alapjai.

A különböző területek egymást szolgálják, támaszkodik egyik a másikra. A másodfokú függvényre szükség van a másodfokú egyenlőtlenségekhez.

II.1.2. A tankönyvi fejezetek és leckék szerkezete és alkotóelemei

A kilencedikes nyitó kötet a könyvhöz kedvet csináló, összefoglaló oldala látható példaként. Ez mutatja be, hogyan épül fel egy-egy fejezet, milyen témákat érint, milyen kérdésekre ad majd választ.

Az egyes fejezetek különböző terjedelműek: a legkisebb 5, a legnagyobb 21 számozott leckét tartalmaz, a Ráadás leckéktől most eltekintve. A hosszabb fejezeteknél jeleztük javaslatunkat, alkalmasint hol lehetne megfelelni.

A TANKÖNYV TÉMAKÖREI

1. Kombinatorika, halmazok

– ÖSSZESZÁMLÁLÁS SOK KONKRÉT FELADATTAL

Érdekel, mire érdemes fogadni; hányféleképpen alakulhat egy verseny végeredménye; mennyi lehetőség adódik a nyertes számok kiválasztására?

– HALMAZOK ÉS HALMAZMŰVELETEK MINDENFÉLE TÉMAKÖRBŐL

Itt és most rendbe szedjük a számokat; egyesítünk, közös részt és különbséget képezünk; s még az is kiderül, hogy a semmi is valami...

2. A számok világa

– SZÁMOLÁS, HATVÁNYOZÁS EGYRE BIZTOSABBAN

Rutinos számolóvá válhatsz, ha megismered és megtanulod a hatványokban rejlő lehetőségeket...

– SZÁMOLÁS NAGYON NAGY ÉS NAGYON KICSI SZÁMOKKAL

Ezek után már nem okoznak többé gondot a törpék és az óriások sem... a számok világában

– SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS

Ha érdekel az árleszállítás... ha pénzed szeretnéd majd bankban kamatoztatni...ha fontos, hány ponttól ötös az ötös... akkor mélyedj el ebben a témában!

– PRÍMSZÁMOK, OSZTÓK ÉS TÖBBSZÖRÖSÖK

Tudod, hogy mik a természetes számok alapkövei? Hallottál már Erathosztenész szitájáról? Tudod mi a titkos kódok alapja? ...Rajta!

3. Hosszúság, terület, térfogat

– DERÉKSZÖGŰ HÁROMSZÖGEK OLDALAI ÉS PITAGORASZ TÉTELE

Kíváncsi vagy egy olyan síkidomra, melyről a fennmaradt első írásos emlékek kb. i.e. 2000-ből származnak?

– ALAKZATOK TÁVOLSÁGA

„Messzi-e még a messzi?... azaz, hogyan értelmezzük a távolságot?

– TERÜLET, KERÜLET, TÉRFOGAT, FELSZÍN SZÁMÍTÁSA

Szeretnél majd házat tervezni, kertet építeni, felfedezni a körülötted lévő világot? Szívesen legóztál? Ez a témakör elengedhetetlen a tér elemeinek jellemzése, a testek mennyiségeinek meghatározása szempontjából.

– NEVEZETES SÍKIDOMOK ÉS JELLEMZŐIK

Csúcsainak száma négy... van két egyenlő nagyságú szöge...átlói merőlegesek egymásra... mi az? ... Ismerd meg a síkidomok világát!

II.1.3. A tankönyv feladattípusai és grafikai eszközei

A feladattípusokat és azok grafikai megjelenését a kilencedikes tankönyv 1. leckéjénél jobban nem tudjuk szemléltetni. Ez a lecke udvariasan és előzékenyen bemutatja, mire számíthatunk a továbbiakban. Szerepel minden feladat, illetve elméleti kategória a tankönyvön végighúzóódó kategóriákra jellemző színkóddal.

ELMÉLET

Az egyes lecekben a következő típusú részekkel találkozhatok:

BEVEZETŐ Hogyan kapcsolódik a matematika a mindennapokhoz? Sok esetben egyszerű és gyakorlati problémák vezetnek érdekes matematikai kérdésekhez. Ilyenekre találhatok példát a lecke elején a BEVEZETŐ-ben.

MINDOLGOZOTT FELADAT Ebben a részben részletes magyarázatokkal mutatjuk be egy konkrét feladat megoldását.

ELMÉLET Itt rendszerezzük a matematikai tartalmakat. Megfogalmazzuk a pontos matematikai fogalmakat (definiciók) és állításokat (tételek) is.

FELADAT Igyekeztünk változatos feladatokat összeállítani egy-egy órára, a könnyebbekkel kezdve. Ha tartós tankönyved van, amit vissza kell adnod az iskolának a tanév végén, akkor ne írd a tankönyvbe, dolgozz a füzetedbe. (Táblázatok esetén segítségre lehet egy öntapadós jegyzetömb: egy öntapadós lapot tegyél a táblázat mellé, s arra írhatod az eredményeket.)

HÁZI FELADAT 4-5 feladat az otthoni munkához.

RÁADÁS, **EMELT SZINT** Ezek a részek túlmutatnak a középszintű érettségi követelményeken. Sok matematikai érdekesség, ötletes és izgalmas feladat, illetve szép, precíz bizonyítások találhatók ezekben a részekben.

CSOPORTMUNKA Munkaformaként csoportmunkát vagy pármunkát javasolunk a megoldáshoz, ha

- olyan sok adat vagy olyan sok lépés van, hogy érdemes megosztani egymás között a munkát;
- arra szeretnénk biztatni titeket, hogy beszéljétek meg a feladatok előtt és a megoldás során ötleteiteket, gondolataitokat.
- érdemes lenne több irányból végiggondolni egy problémát.
- sokféle ötletet és gondolatot kell összegyűjteni a feladat keretében.
- azt szeretnénk, hogy együttműködés keretében jussatok el egy megoldáshoz.

Amikor saját gondolataidat szavakba öntöd és elmagyarázod, mélyebben megértheted a matematika rendszerét. Amikor a társad mondatait figyeled, rácsodálkozhat az ő gondolataira. Sokszor kifejezetten nehéz, ugyanakkor izgalmas feladat kilépni a te gondolataidból, és egy másik ember gondolati lépéseit követni és megérteni. Nehéz, de megéri!

II.2. A tankönyv nagy témakörei tankönyvenként elkülönítve

II.2.1. Kilencedik osztályos tananyag

1. fejezet: KOMBINATORIKA, HALMAZOK (2–10. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

A fejezet 9 leckéből áll, mintegy két és fél, három hét munkáját öleli fel.

A 2–5. lecke a kombinatorika tárgykörébe esik. A rendszerezés, csoportosítás, esetekre bontás, esetek összeszámlálása, a strukturáló képesség kialakítása a célja ennek a témakörnek. A későbbiekben – egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása, geometriai szerkesztések, függvények vizsgálata – nagy haszna van ezen képességek, készségek kialakításának, fejlesztésének. Sőt, a fejezet közvetve más tantárgyakban (magyar, történelem) is felhasználható képességeket érint. A szövegértés, és azon keresztül a modellalkotás fejlesztése végighúzódik az egész tankönyvön. Itt is szép példát látunk arra, hogy különböző típusú és szövegezésű feladatok hogyan oldhatók meg ugyanarra a „kaptafára”: a 2. lecke 1–2. Kidolgozott feladata, illetve a 3–5. Feladata. A kézfogások, az átlók száma, a körmérkőzés és a légiutak feltérképezése ugyanahhoz a modellhez vezet.

A feladatok jól mérik ezeknek a céloknak az elérését. Van, ahol konkrét utasítás szerepel a feladatban, akár segítséggel (pl. 2. lecke 3. Feladat: a nyolcszög átlóinak száma), van, ahol a tanulónak kell megtennie egy logikai lépést (pl. 4. lecke, 4. Feladat dobókockával dobunk).

A következő négy lecke (6–9. lecke) a halmazelmélettel foglalkozik. Az alapvető cél, hogy a számokat néven nevezzük, a számhalmazok és a közöttük lévő műveletek jelöléseit megismerjük. Ez elengedhetetlen eszköz az egyenletek, egyenlőtlenségek, a geometria, illetve a függvények világában. Néhány feladat visszaköt a kombinatorikához (6. lecke 3. Feladat), és megmutatja a kapcsolatot a részhalmazok és a kombinatorikai esetek között. Másfelől a logikával való kapcsolat is kidomborodik (pl. forró kakaós példa: 7. lecke 4. Házi feladat).

A fejezetet két különböző nehézségű Tudáspróba (10. lecke), illetve Témazáró feladatgyűjtemény (37 feladat) zárja.

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

Az új fogalmakat a tankönyv külön elkülönítve, Elmélet címszóval rögzíti.

Kötelező anyag (kombinatorika): sorba rendezésre vonatkozóan a faktoriális használata. A fejezet feladatorientáltan vezeti föl a kombinatorikát, nem terheli a diákokat a különböző esetek nevezéktanával.

Kötelező anyag (halmazelmélet): komplementerhalmaz, alaphalmaz, unió, metszet, különbségalmaz.

Kiegészítő anyag (halmazelmélet): ekvivalens halmazok, megszámlálhatóan végtelen halmaz, szita-formula. Két komoly tétel is szerepel itt: a pozitív racionális és a pozitív egész számok számosságáról, illetve a de Morgan-azonosságok.

Ráadás a 2. lecke (2 feladat), a 3. lecke (2 feladat), a 6. lecke, a 8. lecke (2 feladat), a 9. lecke (6 feladat) végén található.

Emelt szint rész – amely Elméletet, illetve feladatot fog össze – a 6. lecke (6 feladat), 7. lecke (3 feladat + tételbizonyítás), a 8. lecke végén található. Ezekből akár egy pluszóra is összeállítható, ha az osztály összetétele indokolja, és a tanév ütemezése lehetővé teszi, de önálló feladatmegoldásra, differenciált tanulásra is kiválóan alkalmasak.

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

A tankönyv minden leckéje egy-egy órát fed le, így ez a fejezet kilenc tanórát jelent, azaz a tanév első három hetét foglalja el. A fejezetet témazáró dolgozattal zárjuk.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

A témakörök sajátosságai miatt a fejezet különösebb előismereteket nem igényel, még ha az általános iskolai diákok tanultak is valamit mind kombinatorikából, mind halmazelméletből. A 2. lecke érdeklődőbb diákoknak szánt Ráadás feladatában felbukkan a valószínűség fogalma, amelyet a tankönyv addig nem magyaráz (csak a következő, 3. lecke 3. Feladatában). Amennyiben ezt a feladatot feladja a tanár, röviden ismertetnie kell, de az általános iskolában is találkozhattak vele a tanulók.

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

Ez a fejezet már rögtön a tankönyv, illetve az év elején megmutatja a legfontosabb jellemzőjét: sokféle feldolgozási lehetőséget, munkaformát kínál.

A 4. lecke pármunka.

Az 5. lecke csoportmunka, és felveti a szakértői csoportok létrehozásának lehetőségét is. Amennyiben pedig valaki (tanár-diák) nem ismeri, meg is magyarázza lábjegyzetben.

Újszerű a tankönyvben, hogy vastagon szedve jelöli a több időt igénylő, ily módon szabadon átugorható feladatokat. Ez a differenciálásra is alkalmat ad: aki a nehezebb feladatra szánja az idejét, az tud ezzel foglalkozni. Az 5. és a 10. leckében találunk erre példát.

A Bevezető, illetve Kidolgozott részeket érdemes együtt, tanári irányítással végezni, akár frontálisan, de bevonással. Ezek adják a módszert a feladatok megoldásához. Ilyenek a 2., a 4. és a 6–9. leckék.

A 3. és 5. leckében a diákok önállóan oldhatják meg a feladatokat, az előző órai tapasztalatok fényében gyakorolhatnak, léphetnek előre. A 10. tudáspróbás lecke értelemszerűen önálló munka, de a tanár választhat, hogy melyik feladatsort oldják meg az órán. A gyakorló feladatsort vagy a két különböző szintű feladatokat tartalmazó tudáspróbát. Természetesen a feladatsorok közt „ugrálva” is meg lehet tartani az órát.

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

Érdemes a tankönyv által javasolt formát követni, a kooperatív munkát támogató két leckében (4–5.) megtanítani a diákokat arra, milyen párban, illetve csoportban dolgozni. Itt, a tanév elején talán több időt kell ráfordítani, de később már automatizálódhat, ha most figyelünk rá.

A differenciálásra a tankönyv szerkezete sok lehetőséget kínál a Ráadás, Emelt szint, a fejezet végén lévő feladatgyűjtemény, illetve a vastagon szedett feladatok használatával.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

A fejezethez digitális tananyagok a <https://portal.nkp.hu/> oldalon a pedagógust, majd a matematikát választva érhetők el.

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

Témák: Dédmama születésnapja, társaságban kézfogások, repülőjáratok, evezősverseny, születésnap ebéd, három másik településre lehet eljutni, hamburger, számszár, szalagavató, szoknyavásárlás, Stars Wars-zokni.

A fejezetben felbukkanó témák közt az ünnepek lehetnek relevánsak. Van, akinek nem ülik meg a születésnapját, nem rendeznek mindenkinek születésnap ebédet. Olyan település is van, zsákfalú, ahonnan csak egy másik faluba lehet eljutni. És természetesen van olyan is, akinek nincs zoknija, nemhogy Star Wars-os. Vagy aki még sohasem evett hamburgert. Ezek nehéz témák lehetnek; ha éppen senkit nem érint személyesen, hívjuk föl a figyelmet, hogy bizony van, aki kénytelen így élni.

2. fejezet: A SZÁMOK VILÁGA (11–29. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

A fő cél ebben a fejezetben a számolási rutin kialakítása, illetve megerősítése. Ez a további matematikai tanulmányokhoz, valamint a hétköznapi matematikájához is szükséges. Az első négy lecke (11–13. lecke + Rádás) szól erről. Fölösleges akadályt jelent, ha bizonyos alapkészségeket nem sajátítottunk el a diákokkal. Érdemes a fejszámolást is gyakorolni (ld. a 11. lecke feladatai, házi feladatai, illetve a fejezet végén is vannak erre szolgáló feladatok), megtanítani „okosan” számolni. Az első kiadás után ez a fejezet bővült annak érdekében, hogy a tanulók még több gyakorló példán keresztül tanulják meg a különböző számolási technikákat. Ilyenek hatványozás (17–19. lecke), a kis és nagy számokkal való számolás normálalakban (20–22. lecke). Érdemes itt rámutatni arra, hogy nem pusztán formalizmusról van szó, hanem ezek kifejezetten az egyszerűsítés jegyében születtek meg. A számológépek is hasonló formátumot használnak a kijelzőkön.

Az arányosság (14. lecke + Rádás) és a százalékszámítás (15–16. lecke, illetve 23. lecke) is „hétköznapi” gondolkodást igényel, ennek az elsajátítása is elengedhetetlen. Gyakorlati alkalmazását szinte nem is kell indokolni, kezdve a programok betöltöttségi szintjétől a választási eredményeken át a lakáshitelig.

Az oszthatósági (24–26. lecke), illetve a számrendszerekre (27–28. lecke) vonatkozó rész a matematikai gondolkodás jellegzetességére mutat rá: hogyan lehet rendszerbe foglalni saját szempontok alapján számokat (prímszám – összetett szám), illetve kiépíteni új rendszereket úgy, hogy egy-két alapfeltevést megváltoztatunk (pl. nem 10-esével gyűjtjük a számokat, hanem 2-esével). Utóbbi révén arra is felhívhatjuk a figyelmet, hogy egy ilyen új lépés hogyan hozhat létre egy új tudományágat (informatika, számítástudomány), amely forradalmasított szinte mindent a mai világunkban.

A fejezetet ismét két Tudáspróba (29. lecke), illetve Témazáró feladatgyűjtemény (59 feladat!) zárja.

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

Az új fogalmakat a tankönyv külön elkülönítve, Elmélet címszóval rögzíti.

Számhalmazok (új fogalom valójában nem szerepel, de a régié sokkal mélyebben bukkannak fel, több példával): alpműveletek tulajdonságai, racionális, irracionális számok, véges tizedes, végtelen szakaszos, illetve nem szakaszos tizedes törtek.

Arányosság/százalékszámítás: egyenes és fordított arányosság, arányos osztás, százalékalap, -láb, -érték, kamat, kamatláb, kamatos kamat.

Hatványozás/normálalak: egész kitevőjű hatványok, hatványazonosságok, normálalak.

Oszthatóság/számrendszerek: (valódi, nem valódi, közös) osztó, többszörös, prímszám, összetett szám, a szám. Elmélet alaptétele, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prím számok.

Kiegészítő anyagot a 18. lecke kivételével minden lecke végén találunk. Ezek közül Emelt szint 17. lecke vége (hatványazonosságok bizonyítása + feladatok) és 25. vége ($\sqrt{2}$ irracionális + feladatok), a többi Ráadás. Van két önálló Ráadás lecke (a 13. lecke után: számok kerekítése, illetve a 14. lecke után: kerékpár). A fejezet nagy előnye, hogy a sok pluszrésszel ki tudja szolgálni a jobban haladó diákok igényeit. Nagyon széles skálán mozog ebben a fejezetben a feladatok nehézségi szintje, ez rugalmasságot igényel a tanártól.

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

Nagyon hosszú fejezet, összesen 21 lecke a Ráadás lecekkel együtt, időben egy-másfél hónap. A Ráadás lecek beiktatása fakultatív. A fejezet első négy leckéjében a tanulócsoport képességéhez lehet igazítani a tempót. Bátrabban lehet haladni, a lecek összevonásával, a feladatokat egyik-másik leceből véve, amennyiben a tanulók előzetes tudása megengedi. A nehezebb feladatokból (Ráadás) is lehet egyet-egyet közösen megoldani. A 21. lecke (számológép) tanári szempontból nehéz: „nem történik semmi”, a tanulók próbálgatják a számológépet önállóan, mintha délutáni szabadidejüket töltenék. Mégis fontos és hasznos tudás ez, de ha úgy ítéljük meg, hogy tudják, átugorható, vagy csak részben elvégzendő. Most is igaz az, hogy alapvetően egy lecke egy tanóra.

A fejezetet témazáró dolgozattal zárjuk.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

Az első négy lecke semmilyen újdonságot nem tartalmaz az általános iskolához képest. Számít tehát a minimális algebrai előismeretekre, de tipikusan ez az a rész, amelyet nem lehet elégszer gyakorolni. Az alpműveletek készségi szintű elsajátítása mindenkinek elemi érdeke.

Az oszthatóság terén számíthatnak az előzetes ismeretek (prímszám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös), ezeknek az összerendezése fontos tanári feladat.

A további lecek egyre több új információt tartalmaznak (kamatos kamat, számrendszerek). Figyeljünk erre a változásra a fejezeten belül!

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

Kooperatív formát csak a biciklis Ráadás lecke (pármunka) és a 26. lecke (csoportmunka) ajánl. A többi órát önálló feldolgozásra szánhatjuk, az egyéni készségek fejlesztése érdekében.

A fejezetet záró Gyakorlásra kívül mindegyik lecke tanári indítással kezdődik (Bevezető, Kidolgozott feladat, Elmélet). Ezeket a csoporttal együtt érdemes megbeszélni, nem feltétlenül ragaszkodva a tankönyv betűjéhez. Javasoljuk, hogy szóban ne pontosan ugyanezeket oldjuk meg, hanem ezekhez nagyon hasonló példákra keresztül vezessük be az órát. Így rögtön két példája (tankönyvi, órai) lesz a diákoknak az adott probléma megvilágítására.

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

A 21. számológépes, illetve a 28. számrendszeres leckét javasoljuk még pármunkára. Amennyiben úgy ítéljük meg, hogy olyan a csoport, a Bevezető vagy a Kidolgozott feladat át-ugorható, és a diákok önállóan fedezhetik fel az adott területet a feladatok által, akár úgy is, hogy a mintafeladatot is maguk olvassák el, dolgozzák föl.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

A fejezethez digitális tananyagok a <https://portal.nkp.hu/> oldalon a pedagógust, majd a matematikát választva érhetők el. Továbbá érdemes bevinni egy biciklit a megfelelő órára.

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

A fejezet sok feladata – főként a fejezet elején található lecekben – foglalkozik hétköznapi, gazdasági témákkal (14. lecke: áram-, gáz-, benzinfogyasztás, üdülés, családi költségvetés, 15–16. lecke: bank, kamat, vásárlás, 17. lecke: lakóparképítés). Használjuk ki ezeket az alkalmakat az életszínvonalbeli, megélhetési különbségekre vonatkozó reflexióra!

3. fejezet: HOSSZÚSÁG, TERÜLET, TÉRFOGAT (30–39. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

Ez a fejezet alapvető geometriai ismereteket tartalmaz. 11 leckéből áll, ebből 8 síkgeometria (30–36. lecke + Ráadás), 2 térgeometria (37–38. lecke) és a végén a Tudáspróba (39. lecke). A legfontosabb cél, hogy elemi és gyakorlati tudást adjon a hétköznapi életben jelentkező geometriai jellegű problémák megoldására. Ismerjék meg a tanulók a különböző mennyiségek mérési és számítási eljárásait! Tájékozódni tudjanak a körülöttük lévő mérhető térben! Kiemelkedő példa erre a fejezet Ráadás leckéje (a 36 leckét követő lecke): egy lakásfelújítás végiggondolása, számolása a csempézéstől, parkettázáson át a festés-mázolásig. Ki ne hagyjuk ezt a leckét!

A gyakorlatias megközelítésre további elszórt példák: 33./Bevezető: nyomtáv, súlypontemelkedés, 36./Kidolgozott feladat: csempézés, 38./3. Házi feladat: fagyis tölcser, 39./7. Feladat: kupola, Témazáró feladatgyűjtemény/9. Feladat: fülbevaló.

Nagy érdeme a fejezetnek, hogy a térgeometriát nem elszigetelten tárgyalja, hanem – bátran – még az egzakt rendszerezés előtt hoz térgeometriai köntösbe bújtatott síkgeometriai példákat (30./Emelt szint/1. feladat, 32./Emelt szint/4–5. Feladat, 33./4. Feladat, 35./5. Feladat, 36./3. Kidolgozott feladat). Ez a diákok rugalmas gondolkodását, térlátását fejleszti.

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

Szép és logikus a felépítés: szögek, derékszögű háromszögek, távolságok, kör, háromszögek kerülete/területe, négyszögek területe, poliéderek felszíne/térfogata, nevezetes testek térfogata. A kerek felépítésre hívjuk fel a figyelmet a fejezet végén, hiszen a középiskolában a geometria a legalkalmasabb arra, hogy egy matematikai Elmélet hogyan épül fel. A fejezet sok kiegészítő anyagot tartalmaz, szinte minden leckében van Ráadás vagy Emelt szint, amely egyéni munkára, differenciálásra, illetve emelt szintű csoportok fejlesztésére alkalmas.

A fejezetben több helyen is előfordul Elmélet címszóval nagy, táblázatos összefoglaló (pl. 30. lecke: szögek, 37–38. különböző testek felszíne, térfogata). Ezeket érdemes „függvénytáblázatszerűen” használni, és csak egyet-kettőt megnézni közösen: az adott feladathoz a diákok maguk tudják kikeresni a megfelelő összefüggést.

Fogalmak: nevezetes szögek, szögpárok, alakzatok távolsága, egyenesek kölcsönös helyzete, kör és tartozékai, háromszög területképlete, nevezetes négyszögek területe, nevezetes poliéderek felszíne, térfogata, henger, kúp és gömb felszíne, térfogata.

Ráadás: 30. lecke, 32. lecke, 33. lecke, 36. lecke, majd egy teljes lecke (lakásfelújítás).

Emelt szint: 30. lecke, 31. lecke (Pitagorasz tételének és megfordításának bizonyítása). Az első „igazi” bizonyítás a tankönyvben. Erősebb csoportban mindenképpen használjuk ki a két irány tiszta szétválasztásának lehetőségét), 32. lecke, 34. lecke (megjelenik az indirekt bizonyítás: a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra), 35. lecke (háromszög területképletének bizonyítása), 36. lecke, 37. lecke (szabályos sokszögek).

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

Ennek a leckének mind a 11 fejezetét érdemes végigcsinálni. A témazáró feladatgyűjtemény feladataival még egy pluszóra is ráfordítható. A fejezetet témazáró dolgozattal zárjuk.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

Ebben a fejezetben sincs kifejezetten új anyag, mindenki be tud kapcsolódni. Az eddigi ismereteket igyekszik rendszerbe fogni, illetve megerősíteni, pontosítani. Az eddigi tudást lehet elmélyíteni, sokrétűen használni. A Pitagorasz-tétel használata nevezetes háromszögekre, illetve a különböző bizonyítások a téma új és fontos alkalmazásai.

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

A 11 lecke közül a lakásfelújítás témájú Ráadás lecke több alternatív feldolgozási módot kínál: egyrészt lehet csoportmunkában végezni, amelyben minden egyes csoport más-más feladatot kap: parkettázás (1–3. Feladat), festés (4–5.), járólapozás (6–11.). A munkaidőtől függően egy vagy két órát vesz igénybe az eredmények összefésülése, bemutatása, kiértékelése. Másik lehetőség, hogy csoporton belül osztjuk ki a különböző szerepeket, és a végén kell összegezni. A lecke egy harmadik, újfajta feldolgozási módja a projektmunka, amelyet akár önállóan, akár párban el lehet végezni otthoni munkaként. A projekt bemutatása lehet az óra maga.

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

A legnagyobb szabadságot a lakásfelújításos lecke jelenti, a sokféle felkínált formák közül (vagy ezeken kívül) a csoportnak leginkább megfelelőt válasszuk!

A nagy Elméleti összefoglaló táblázatokat (szögek, terület-, felszín-, térfogatképletek) akár egyéni projektfeladatnak is feladhatjuk, akár falra/faliújságra kitehető posztert készíthetünk belőlük.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

A térgeometria jellegzetes alakzatait mindenképpen szemléltessük, akár papír- vagy famodellen, kézbeadhatóan, akár remek webes felületeken, virtuálisan megforgatva, kivetítve azokat. Mutassuk meg a különböző éleket, jellegzetes vonalakat, az azok által bezárt szögeket!

A <https://portal.nkp.hu/> oldalon is vannak a testeket szemléltető tartalmak.

A geometriában természetes módon bukkan fel a szerkesztés, szerkeszthetőség kérdése. A fejezet több helyen is foglalkozik ennek elméleti feltételeivel, sőt, már a 13. lecke Ráadásában is érinti a kérdést az irracionális számok számegyenesen való ábrázolása, illetve – általában – szerkeszthetősége kapcsán. A 34. lecke 3. Kidolgozott feladatában és 4. Házi feladatában viszont konkrét szerkesztési feladat áll. Érdemes ezeket valóban körzővel, vonalzóval megszerkesztetni, akár magunk is végezzük el a táblánál a szerkesztést! A lecke Házi feladatainak végén pedig megjelenik egy javaslat a GeoGebra program használatára vonatkozóan: „ellenőrizheted szerkesztéseid helyességét”. Ennek az órának a keretében mutassuk be a programot, annak használatát, letöltési módját, és a következő órán kérdezzünk rá, hogy hogyan sikerült használni! Össze is

vethetjük a körzős és számítógépes szemléltetést. A vonzó számítógépes használat okán számíthatunk népszerűsége, ezt használjuk is ki, de folyamatosan érdemes rá hivatkozni, nyilvánosan használni, hogy nem merüljön feledésbe ez a lehetőség.

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

A lakásfelújításos lecke egy átlagos életszínvonalú család körülményeit veszi alapul. Ehhez képest szerényebb vagy jobb körülmények között élő családok gyermekei ülhetnek az osztályteremben. Előre hívjuk fel a figyelmet rá, hogy valóban lehetséges az, hogy nem pontosan olyan lakás szerepel itt, mint amiben ki-ki él. Ha jól sikerül a feladat tállalása, a gyerekek csoportmunkában átélhetik azt, amit egy igazi közösségben. Az is, aki ilyen nem tapasztalt meg otthon, de az is, aki leendő vezetőként itt fejlesztheti ebbéli képességeit.

A fejezet további részében azokon a fent már említett feladatokon keresztül lehet a szociális érzékenységet fejleszteni, amelyekben megjelenik a vásárlás vagy a „mennyibe kerül?” (fagyi, csempézés stb.) kérdése.

4. fejezet: ADATOK ÉS FÜGGVÉNYEK (40–58. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

Ez a tankönyv egyik leghosszabb fejezete a maga 20 leckéjével: 40–58. lecke + Ráadás. A fejezet célja a statisztika alapjaitól eljutni a függvények világáig. Az adatok rendszerezése, a közöttük lévő kapcsolat ábrázolása, diagramok felállítása, grafikonok megrajzolása és ezek olvasása, értelmezése. Szinte ez a hétköznapi életben is leggyakrabban előforduló területe a matematikának. Újságok elemzéseit, közvéleménykutatási és választási eredményeket, táplálkozási útmutatókat kísérik diagramok, grafikonok. Az ezekben való magabiztos tájékozódást és jártasságot segíti a fejezet. Azt, hogy ne vezessenek félre a téves összefüggések. Aki nem csak felhasználói szinten fogja használni a fejezetben fejleszteni kínált készségeket, az bőséges példanyagot talál a függvényekre vonatkozóan.

A fejezetet két nagyobb részre oszthatjuk: 40–44. lecke + Ráadás: adatok. Ide tartoznak a táblázatok, diagramok. A másik nagy rész: 45–58. lecke. Itt veszi sorra a fejezet az egyes függvényfajtákat.

Fontos cél az ábrázolás, az összefüggések, függvények láthatóvá tétele. Ezt a szempontot az értékeléskor is szem előtt kell tartani. Gyakran adjunk függvények ábrázolására szolgáló feladatot! A függvények ábrázolása könnyen mérhető: akár grafikonról hozzárendelési szabályt kell megadni, akár fordítva. Sok példa van ezekre, de az abszolútérték-függvényt tárgyaló leckében (50.) ilyenek például a 2–4. Feladatok.

A függvények jellemzése sem öncélú: a zérushely vagy a szélsőértékek keresése, monotonitásvizsgálata, értelmezési tartomány, értékészlet megadása is a függvények egyre pontosabb megismerését szolgálja.

Azt is tartjuk szem előtt, hogy a függvények a későbbiekben is nagy segítséget jelentenek az egyenletek, de még inkább az egyenlőtlenségek megoldásában.

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

Az új fogalmakat a tankönyv külön elkülönítve, Elmélet címszó alatt rögzíti.

Statisztikai alapfogalmak: gyakoriság, relatív gyakoriság, átlag, módusz, medián, terjedelem, súlyozott számtani közép.

Függvénytani alapfogalmak: derékszögű koordináta-rendszer, függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, egyenes és fordított arányosság, szigorúan monoton növekedő/csökkenő függvény, szélsőérték, minimum- és maximumhely, illetve -érték, abszolút érték, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés.

Alapfüggvények: lineáris függvény, elsőfokú függvény, $1/x$ függvény, abszolútérték-függvény, négyzetgyökfüggvény.

Emelt szint: inverzfüggvény.

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

Húsz lecke, több mint egy hónap. Alapvetően itt is érvényes az „egy óra – egy lecke” elv. A statisztika rész (40–43. lecke) talán gyorsabban is elvégezhető, ha olyan a csoport. Ebben az esetben bátran vonjunk össze órákat, akár úgy, hogy egy tanórán másfél leckét végzünk el!

A Ráadás lecke akár át is ugorható, e nélkül is érthető a fejezet.

A 45–49. lecke a függvények bevezetésétől a lineáris függvényekig vezet el. Összesen 5 leckét fordít erre a tankönyv. Amennyiben úgy ítéljük meg, hogy a csoport gyorsabban is tud haladni, bátran vonjunk össze órákat, akár több leckénél lezárva egy-egy órát.

A többi leckét érdemes óráról órára venni.

A fejezetet témazáró dolgozattal zárjuk.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

A diákok sok előzetes tudással érkeznek a fejezet témáját illetően. Diagramokat ügyesen rajzolhatnak, de a statisztikai sokaság jellemzőit (módusz, medián, átlag) alaposan át kell nézni velük. Különösen a már ismert, de mégis csalóka átlag használata okozhat félreértést. Ennek elkerülésére hasznos az „átlagok átlaga” probléma körüljárása a 43. leckében.

Lineáris függvényeket is tudnak már ábrázolni általános iskolában, de ezt is alaposan át kell nézni. Erre alapozva lehet rátérni a többi függvényre.

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

Kifejezett javaslattal csak a Ráadás fejezet él csoportmunkára vonatkozóan.

Ezenkívül sok önálló munkát javaslunk. A függvények ábrázolása eleinte lassan megy a koordináta-rendszer megrajzolása miatt. Hagyjunk időt ennek a begyakorlására! Járjunk körbe, ellenőrizzük, ki hol tart! Segítsük az önálló munkát!

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

A legkreatívabb lecke talán a 44. Ezt akár pár- vagy csoportmunkában is elvégezhetjük. Az 1. és a 3. feladatok lehetőséget kínálnak arra, hogy egyik másik megoldás mellett érveljünk, figyeljünk a másik érveire, elfogadjuk vagy cáfoljuk azokat, miközben nagyon is konkrét és egzakt, életből vett példa (tachográf) a feladat tárgya.

A Ráadás lecke akár át is ugorható, e nélkül is érthető a fejezet.

A fejezet 15 leckéjének a végén van piros betűs rész (Ráadás vagy Emelt szint), amely lehetőséget biztosít a differenciálásra, de akár a teljes órát is ezekből a részekből állíthatjuk össze.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

A statisztika rész több leckéjében is (40., 42., 43.) felhívja a figyelmet a táblázatkezelő programok használatára: relatív gyakoriság kiszámítása, diagramok rajzolása, átlagszámítás. Egyszer érdemes ezt megmutatni, hogy informatikaórán kívül is lássanak erre alkalmazást.

A GeoGebra vagy a Graph program ideális a függvények ábrázolására. A bonyolultabb függvények grafikonját meg lehet itt mutatni, akár „játszani” is lehet: kitalált függvények képét megsejteni, ellenőrizni. Az 52. lecke Emelt szint 2/b Feladatában egy paraméteres függvényhez javasolja a tankönyv a programot. A GeoGebra-ban ez nyilván haladó felhasználást, csúsztató alkalmazását igényli. A legjobb felhasználási terület mindenki számára a függvénytranszformációk megértése, megismertetése, szemléltetése. Házi feladatot vagy prezentációkészítést is adhatunk a GeoGebra használatára.

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

Összegyűjtöttünk néhány hétköznapi társadalmi helyzetet érintő témát a szöveges feladatok közül: színházba járási gyakoriság, autókereskedő, iskolai menza, munkanélküliek száma (41/Ráadás/2. Feladat), fizetések, osztálylétszám, benzinár-változás, személyi jövedelemadó, taxi viteldíja, baromfiudvar, családon kívüli segítség (58/1. Feladat!), közlekedési eszköz munkába menet.

A feladatok alkalmasak arra, hogy reflektáljunk a saját szokásainkra az adott témát illetően. A különbségeket, hasonlóságokat meg lehet fogalmazni, meg lehet keresni a magya-

rázatok. Itt komoly szociális fájdalmakra számíthatunk: ezeket kerüljük, akár a feladatok kihagyásával is. Azt is ki lehet emelni, ha – a tankönyv írása és használata közt eltelt idő miatt – már nem reálisak a számok.

5. fejezet: EGYENLETEK ÉS EGYENLETRENDSZEREK (59–77. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

A fejezet az 59–77. leckét öleli föl, összesen 19 óra anyagát. A fejezetben önálló Ráadás lecke nincs, az utolsó egység pedig most is a feladatgyűjtemény, 52 feladattal. Ennek a fejezetnek a célja a legalapvetőbb algebrai ismeretek, készségek és trükkök bemutatása és elsajátíttatása, valamint természetesen ezek alkalmazása a mindennapi életben. Annak felismerése, hogy az adott hétköznapi vagy matematikai probléma milyen tipikus algebrai eszközök használatát igényli.

Az 59–64. lecke az algebrahoz nélkülözhetetlen eszköztár kialakítását célozza meg: be-tűk használata, nevezetes szorzatok, szorzattá alakítási módszerek (kiemelés, nevezetes szorzatok).

A 65–69. lecke az egyenleteket, azok megoldási módszereit, illetve felhasználásukat mutatja be.

A 70–71. lecke az egyenlőtlenségeké, a 72–74. az egyenletrendszereké.

A 75. lecke egy gyakori, de speciális típust vázol, az abszolútértékes egyenleteket.

A fejezetet két Gyakorlás lecke – Tudáspróbával – zárja.

Az algebrai eszköztár rutinszerű alkalmazásának elérése a cél.

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

A fejezetben viszonylag kevés Elméleti rész van definíciókkal.

Fogalmak: változó, ismeretlen, paraméter, rendezett egytagú kifejezés, együttható, nevezetes szorzatok: $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)(a-b)$, mérlegelv, alaphalmaz, értelmezési tartomány, gyök.

Kiegészítő anyag: $(a+b+c)^2$, $(a+b)^3$, $(a-b)^3$, a^3+b^3 , a^3-b^3 , a^n+b^n , a^n-b^n szorzattá alakítása. A paraméteres egyenletek, három- és többismeretlenes egyenletrendszerek, paraméteres egyenletrendszerek témakör a feladatokkal szintén ide került, a Kiegészítő anyagok közé.

A különböző leckék Ráadás részei itt találhatóak: 61., 62., 64., 66., 68., 70., 72., 73., 76., 77.

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

Kulcsfontosságú a fejezet a további matematikai tanulmányokat illetően. Olyan apparátust kell elsajátítani, amely a későbbiek során rengeteg helyen előkerül még: geometriában,

magasabb algebrában, függvényeknél. Sok bosszúságot, fölösleges szenvedést okoz a pontatlan használatuk. Emiatt érdemes részálni az időt, mind a 19 leckét végigvenni. Talán kicsit lassan indul a fejezet, de érdemes rajta végigmenni.

Amennyiben úgy találjuk, hogy még szükség van gyakorlásra, akár a fejezetvégi feladatgyűjtemény segítségével, szánjunk rá még egy-két órát.

Fontos azonban, hogy ne váljon öncélú gyakoroltatássá az óra, emiatt ne menjen el senkinek a kedve a matematikától! Találjuk meg az érzékeny egyensúlyt a rutin kialakítása során. Ez a rész tipikusan olyan anyagot tartalmaz, amely visszatérő ismétlést igényel, és sokak számára csak a sokszoros találkozás fogja az évek során kialakítani az algebrai eszközök biztonságos használatát.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

Az algebra folyamatosan végigkíséri a matematikai tanulmányokat, elsőtől tizenkettedikig, mindenkinek van némi tapasztalata róla. Ami komoly előrelépést, változást szokott jelenteni, az a betűk használatával kezdődik, rögtön a fejezet legelején. Még akinek jól megy a számolás, annak sem természetes áttérni erre a fajta alapszintű absztrakcióra.

Amire épít a tankönyv: a zárójelfelbontás, az összevonások alkalmazása, de ezeket a készségeket a tankönyv is sokat gyakoroltatja. Éppen a tanári visszajelzések alapján bővült ez a rész. A fejezet végén is bőséges a kínálat, de a könyv leckénként is igyekszik megfelelő feladatmennyiséget biztosítani a gyakorlásra.

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

A fejezet két kooperatív órát ajánl, a 68. és 76. lecke csoportmunkát javasol. Előbbiben kifejezetten szöveges feladatok vannak, utóbbiban tiszta számolós feladat, algebrai átalakítás, szövegértést erősítő példa, illetve grafikonleolvasás.

A mechanikus feladatok esetén, ahol tehát egy kifejezést kell átalakítani, javasolhatjuk a pármunkát. A hibákat egymás megoldásaiban a diákok maguk is észrevehetik, illetve az elindulásban könnyebben segíthetik egymást.

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

Haladó csoportban érdemes a Kiegészítő anyagot az egész csoporttal venni, heterogén csoporteloszlásban differenciálásra adnak lehetőséget ezek a feladatok. Több gyakorlást igénylő csoport esetén az alapfeladatokat hosszabban, a fejezetet záró feladatgyűjtemény feladatait az órán megoldva haladjunk, mindvégig szem előtt tartva, hogy gyakoroltassuk be az anyagot, de ne vegyük kedvét a diákoknak!

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

A fejezet több helyen ajánlja függvényábrázoló programok használatát. Ilyenek az 57., a 69., a 71. lecke, ahol egyenlőtlenséghez vagy abszolútértékes egyenlethez használhatjuk segédeszközüket ezeket a programokat.

A tankönyv végén a Számítógépes megoldások, segédprogramok használata c. fejezet nyújt segítséget a programok használatához, és ad azonnal néhány példát kipróbálásukra.

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

Társadalmi jellegű témák a szöveges feladatokban jelennek meg igen széles skálán, a szociális segélytől a sífutóversenyig. A felbukkanó témák: vásárlás-üzlet (bodzaszörp, tej-túró, DVD-eladás, használatautó-kereskedés, ékszergyár, édességbolt, 10 éves cég, biobolt), virágágyás-ültetés, könyvespolc könyveinek száma (Vajon az egyes családokban hány könyv van otthon?, ilyen jellegű kérdés a kompetenciamérések tanulói kérdőívében is szerepel a hozzáadott érték kiszámításának egyik bemeneti adatának rögzítéséhez), fűnyírás, gépírás (szakdolgozat!), építkezés, út az iskolába, energiatakarékos izzó, részvények, sífutóverseny, szociális segély (!), alapítványi iskola bevétele (!), kórházbővítés, automata mosógépek teljesítménye, villanyszámla.

Szánjunk két mondatot ezekre a témákra úgy is, mint szociális szituációkra, akár egy-két érzékenyítő, de nem zavarba ejtő, kíváncsiskodó kérdéssel: Mekkora egy főre jutó összeg fölött adnál szociális segélyt egy családnak?

6. fejezet: EGYBEVÁGÓSÁG ÉS SÍKIDOMOK (78–91 lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

A 78–91. leckét öleli föl a fejezet, benne még négy Ráadás leckével. Elméleti szempontból ez a tankönyv legabsztraktabb fejezete. Célja egyrészt valóban az absztrakciós képesség fejlesztése, másrészt a geometriai ismeretek tágítása. Ez a hétköznapi nyelvre lefordítva a térben való tájékozódást és a tér leírásának képességét jelenti. Egy telek nagyságának egyszerű kiszámítása, egy optimális úthossz megállapítása – ilyen típusú feladatok megoldásai lehetnek a fejezet gyakorlati célkitűzései.

A fejezetet három Gyakorlás lecke tagolja. Az első részben (78–81. lecke) szerepel az egybevágósági transzformáció fogalma általában, majd a négy síkbeli egybevágósági transzformáció külön tárgyalásban. Az Emelt szintű részben térbeli megfelelőik, a Ráadásban gyakorlati alkalmazásuk. A második rész (82–84. lecke) közös témája a szimmetria, először általánosságban, majd szimmetrikus háromszögek, négyszögek formájában. A harmadik rész a há-

romszög szép tulajdonságaira, nevezetes pontjaira és egyeneseire, a Thalész-tételre koncentrálni, végül általános szabályos sokszögek és körök kapcsolatáról esik szó. A fejezetet érdekes feladatok, szokott módon tudáspróba, illetve témazáró feladatgyűjtemény (38 feladattal), a tankönyvet pedig a Játékok c. lecke zárja.

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

A fejezet a transzformációk felől építkezve jut el a szabályosság, a szimmetria fogalmához a háromszögek és a négyszögek esetében. Végül ezek nevezetességeit tárgyalja. Érdemes felhívni erre a figyelmet, és eszerint tagolni akár a számonkéréseket, ellenőrzéseket is.

Ismertnek feltételezett összefüggések: háromszög-egyenlőtlenség, külső szögek, belső szögek összege.

Fogalmak: geometriai transzformáció, egybevágósági transzformáció és tulajdonságai, pont körüli forgatás, középpontos tükrözés, vektor és tulajdonságai, eltolás, tengelyes tükrözés, fixpont, fixegyenes, tengelyesen, középpontosan, illetve forgásszimmetrikus pontthalmaz, tengelyesen szimmetrikus háromszögek, konvex és konkáv négyszögek, középpontosan, tengelyesen szimmetrikus négyszögek, háromszögek oldalfelező merőlegese, háromszög köré írt kör, belső szögfelező, háromszögbe írt kör, magasságvonal, magasságpont, súlyvonal, súlypont, középvonal, Thalész-kör, érintő- és húrnégyszög.

Emelt szint: egyenes körüli forgatás, középpontra való tükrözés a térben, síkra való tükrözés, eltolás térben, középpontosan szimmetrikus, síkszimmetrikus, forgásszimmetrikus test, Euler-egyenes, Feuerbach-kör, négyszögek (paralelogramma, trapéz) középvonala, háromszög hozzáírt köre.

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

A tanév végén kerül sor erre a szakaszra. Az összesen 17 lecke, majd nyilván a témazáró dolgozat 6 hetet, igen hosszú időt jelent. Amennyiben az évközi időbeosztás megengedi, megfontolandó a fejezet két részre bontása visszamérés, dolgozat szempontjából. Erre alkalmas töréspontnak a 84. Gyakorlás lecke tűnik. Ezt követően a háromszög nevezetességeiről esik szó, ezt akárcsak fontossága okán is tárgyalhatjuk önálló egységként. Így két (9, illetve 8 lekeből álló), nagyjából egyenlő hosszú, 3-3 hetes részre osztható a fejezet.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

A fejezet alapvető általános iskolai ismeretre épít, az egybevágósági transzformációkra, illetve a háromszögek, négyszögek fogalmára, fajtáira. Ezeket rendszerezi, ismétli át a tankönyv megfelelő leckéje (78–80., illetve 82–83. lecke), és bővíti fokról fokra a nevezetes pontok és egyenesek témakörével. Ezek egy részét a tanulók ismerhetik korábbi tanulmányaikból, itt az elméleti rendszerezés és a gyakorlati tapasztalat mélyítése a cél. Reális, követhető tempót, differenciált megközelítést kínál a tankönyv a tanulócsoportok számára.

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

A fejezet első Ráadásában szerepel csak kifejezett csoportmunka. Ráadás jellege ellenére fontos, bizonyos szempontból szemléletformáló, nehezebb lecke ez. Minthogy nagyobb kreativitást igényel, mint egy szokványosabb geometriafeladat, sokat tudnak segíteni egymásnak a diákok ötleteikkel, próbálgatásaikkal, tippjeikkel. A lecke első három feladata arra hív minket (a tengelyes tükrözés alkalmazásával), hogy bátran lépünk ki a sémákból.

Emelt szintű csoport esetén ajánlott a Ráadásban szereplő tételbizonyítások az emelt szintű érettségihez vezető út kötelező állomásaiként tekintendők. Ahogy korábban láttuk, a diákok ebben a tanévben látnak először „igazi” matematikai bizonyítást egy-egy tételre. A tankönyv végén, ebben a geometriai blokkban több bizonyítás is felbukkan a háromszög nevezetes pontjaira, vonalaira vonatkozóan. A 85. lecke emelt szintű részében a háromszög oldalfelezőire, szögfelezőire, magasságvonalaira vonatkozó tételek bizonyítása szerepel, a 86. leckében pedig a súlyvonalakra vonatkozó bizonyításokat találunk. A 87. leckében Thalész tétele és megfordítása szerepel. Ez különösen – a tankönyv első felében lévő Pitagorasz-tétel és megfordítása után – az oda-vissza kapcsolat, az ekvivalens állítás újabb példája miatt érdekes. Ennek és általában az ilyen típusú bizonyítások vázának mély megértését szolgálja az újabb és újabb példák szinte sematikus bemutatása. Tudniillik az, hogy a megfordításban legtöbbször indirekt bizonyítás szerepel, és fel kell használnunk hozzá az eredeti tételt. Ezeket a tételeket akár szóbeli formában is számon kérhetjük azon elv alapján, miszerint a diákok minél többször hallják a finom részleteket, annál jobban megjegyzik, illetve megértik azok mélységeit.

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

A három Gyakorlás órát, amennyiben jobbnak látjuk, kipróbálhatjuk pármunkaként is. Sokszor a legjobb lépést, a legjobb pillanatban maguk a diákok kínálják egymásnak.

A három Ráadás lecke közül a szimmetriáról szóló fejezet szabadon átugorható, esetleg kiadható egyéni prezentációs feladatnak. Az Egybevágóság transzformációk a gyakorlatban, illetve az Érdekes feladatok c. Ráadás részek inkább órai munkára, jobb képességű csoportoknak való.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

GeoGebrát ajánl a 78., 85., az első Ráadás, a 86. és a 87. lecke. Emellett természetesen figyelni kell arra, hogy egyes feladatok körző használatát igénylik.

A témához sok segédanyagot, animációt (transzformációk, négyszögek osztályozása, szabályos testek stb.) találunk a Nemzeti Köznevelési Portál oldalon: <https://portal.nkp.hu>.

Az alapvető szerkesztési készségeket jobbra mindenki elsajátította az általános iskolában, de már csak a szerkeszthetőség elméleti problémája miatt is szükség van gyakorlásra ezen a téren.

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

A feladatok szövegezésében kifejezetten társadalmi problémát érintő témával csak az első Ráadás 1–2. feladatában találkozunk (buszmegálló, illetve hídépítés).

II.2.2. Tizedik osztályos tananyag

1. fejezet: LOGIKA (1–5. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

Az öt leckét tartalmazó fejezet célja a tiszta beszéd és gondolkodás, a pontos fogalmazás megtanulása, a logikai állítások begyakorlása. Ennek minden matematikai következménye fontos az algebrától a halmazelméletig, de hétköznapi használhatósága, alkalmazása a legnyilvánvalóbb haszon. A középiskolai oktatás minden tárgyára vonatkozóan hasznosítható ez az anyagrész.

Nagyon színes példákat, élvezetes fejtörőket tartalmaz a fejezet. Sok olyan feladat került be a tankönyvbe, amely a vonatkozó téma szempontjából meghatározó, közismert ismeretterjesztő szakirodalmon (pl. Raymond Smullyan: *Mi a címe ennek a könyvnek?*) alapul.

A célok elérését a matematikától látszólag idegen formában, a mondatok logikai értelemben vett elemzésével, de természetesen matematikai tárgyú feladatokkal egyaránt ellenőrizhetjük. Előbbi azok számára teremthet lehetőséget, akik idegenkednek a matematikai fogalmaktól.

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

A Logika fejezetet megelőzi egy Ráadás lecke, amely kiváló évkezdő órának számít, ne hagyjuk ki! Gyakorlatias problémát vet fel (szállodatervezés), beindítja a gyerekek fantáziáját, igényt tart a kreativitásukra.

Fogalmak: állítás/kijelentés, logikai érték, tagadás, logikai művelet (diszjunkció, konjunkció, implikáció, ekvivalencia), igazságtáblázat.

Ráadás: 1., 2. lecke (Einstein-feladat: igen népszerű), 3. lecke (implikáció, ekvivalencia és kizáró vagy igazságtáblázata, továbbá feladatok), 4. lecke (két kompetenciafeladat).

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

Ez a könyv legrövidebb fejezete a maga 5 (Ráadással együtt 6) leckéjével. Az első két hét anyaga tehát. Ezt épp elegendőnek találjuk a tanévet beindító témakörhöz.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

Mindenki számára közérthető a témakör, de mindenkitől erőfeszítést igényel. A fejtezők izgalmasak, érdekesek, de a megfelelő formát meg kell találni a megfejtésükhöz. A 2. (csoportmunkás) lecke például a táblázatba rendezést javasolja a különböző esetek szétválasztására, összehasonlítására.

Különösebb előismeretet nem igényel a fejezet, de érdemes a VAGY használatánál nehézségekre számítani (ld. 3. lecke 1.d Feladat: 48 osztható 12-vel vagy 15-tel), de egy állítás tagadása sem világos elsőre mindenkinek (ld. Témazáró feladatgyűjtemény 7.a Feladat: „Minden kutya ugat.” tagadása). Tisztázandó a tanulók számára, hogy mit értünk egy állítás ellentétén, tagadásán matematikai értelemben. Ami pedig a legnehezebb: egy állítás megfordítása (ld. Témazáró feladatgyűjtemény 10. feladat).

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

Az öt lecke között egy kooperatív módszerre vonatkozót találunk, a 2. lecke csoportmunka. Fontos mozzanat az igazságtáblák kitöltése, és azok olvasása, lefordítása logikai kijelentésekre. Amennyiben nem tartós tankönyvet kapnak kézhez a diákok, érdemes a tankönyvben magában kitölteni ezeket, időtakarékosági okok miatt. Később nagy hasznát veszik majd az egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek megoldásánál, ha sikerül leszűrni a tanulságokat az igazságtáblákból.

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

A 2. (Einstein-feladat) és a 3. lecke Ráadás részét (összetettebb műveletek igazságtáblái, főként az implikáció) csak haladó csoportnak ajánljuk. A 4. lecke – de akár a 3. is – csoport- vagy pármunkában is elvégezhető lassabban haladó csoportokban.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

A 3. lecke Ráadás részében, a logikai műveletek ismertetésénél az Excel program különböző logikai függvényeit (NAND, NOR) ajánlja figyelmünkbe a tankönyv.

További informatikai segédeszköz a Nemzeti Köznevelési Portál oldal (<https://portal.nkp.hu>), amelynek Logika fülén remek feladatok, akár nyomtatható, akár online kitölthető feladatlapok találhatók. Az online változat megoldásainak láthatóvá tételével ellenőrizhető, hogy jól oldottuk-e meg a feladatot. Ez a felület akár házi feladatokhoz is használható. Külön érdemes kiemelni, hogy egyéb nem matematikai témájú szövegeket is találunk itt, logikai alapú értelmezésre.

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

A fejezetben viszonylag kevés a társadalmi vonatkozás. Az 1. lecke Ráadásában szereplő 1. Feladat egy lakóközösség kollektív döntéséről szól (Bérelt ház költsége). Nagyon sok a fejezetben a sport témájú feladat, több magyar olimpiai siker is bekerült (Verrasztó Evelyn, Cseh László, Hosszú Katinka, Egerszegi Krisztina, Gedó György, Kulcsár Győző). Büszkeség olvasni ennyi kiváló eredményt, és a tanulók ismereteit is növeli. Miért jó sportolni? Miért jó szurkolni? Mit jelent egy olimpiai siker az ország, egy közösség számára? – tehetők föl a kérdések közösen.

2. fejezet: KÖZÉPÉRTÉKEK ÉS A NÉGYZETGYÖK (6–12. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

Hét lecke tartozik a fejezethez, nincs benne Ráadás. A fejezet célja kettős: egyfelől a hétköznapi életben is fontos fogalom, az átlag megértése és pontos használata (6–8. lecke), másfelől a mértani közép apropóján a négyzetgyök fogalmának bevezetése és azonosságainak használata (9–11.) A fejezetet Tudáspróba (12.), illetve Témazáró feladatgyűjtemény (14 feladattal) zárja. A gyök biztos használatára nagy szükség lesz már ebben a tanévben is, például a másodfokú egyenleteknél.

Számos, a mindennapokból vett példa indokolja a számtani és mértani közép bevezetését (ld. 7. lecke 1–2. feladata: télikabát kétszeres akciózása, illetve béremelés két egymást követő hónapban).

Az értékelésnél tartsuk szem előtt a fejezet kettős célját! Legyen értelmezésre váró szöveges, de aritmetikai készséget vagy ügyességet igénylő feladat is!

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

Fogalmak, összefüggések: négyzetgyökök, számtani és mértani közép, a négyzetgyökvonás azonosságai, a számtani és a mértani közép közötti összefüggés.

Emelt szintű összefüggések: a számtani és a mértani közép közötti összefüggés bizonyítása, a négyzetgyökvonás azonosságainak bizonyítása, tört nevezőjének gyöktelenítése.

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

A fejezet hét leckéje és az azt követő témazáró dolgozat nyolc tanórát vesz igénybe. Amennyiben olyan a csoport, ajánljuk a Ráadás részek feladatait, bizonyításait, ezzel kilencre nő az órák száma, ami éppen három hét.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

Az átlag fogalmának szokványos ismerete elegendő a fejezethez.

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

A fejezet nem ajánl különleges feldolgozási formát. A feladatok nagy részét hagyjuk önálló feldolgozásra a diákoknak! Kipróbálhatjuk most is, hogy a bevezető példát vagy a Kidolgozott feladatot együtt oldjuk meg velük, vagy elolvastatjuk a szöveget. A 9. lecke hamis bizonyításos Bevezetője kiváló lehetőség mindkettőre.

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

Ha jónak találjuk, a 8. leckét (Változások), illetve a 11.-et (Gyakorlás) elvégezhetjük párvagy csoportmunkában.

A 7. lecke Ráadás részében fontos bizonyítások szerepelnek az emelt szintű csoportok számára: a számtani és a mértani közép közti összefüggés bizonyítása, egy szám és reciprokanak összegére vonatkozó egyenlőtlenség bizonyítása. Előbbi gondolatmenete azért érdekes, mert ekvivalens átalakításokon át vezet az út a megoldásig (lehet hivatkozni az első fejezet ekvivalenciájára mint logikai műveletre), utóbbi pedig azért, mert azt lehet megmutatni, hogyan „rövidíthetünk”, hivatkozhatunk egy már korábban bebizonyított tételre a bizonyítás során.

A 10. lecke végén lévő Ráadás részt is oldjuk meg haladó csoportban, különös tekintettel a nevező gyöktelenítése részre vonatkozóan! Ez a probléma a következő lecke végén is visszatér a Ráadásban.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

A 8. lecke 1. feladatában szereplő hangolással kapcsolatos problémához nagyon hasznos lehet bevinni egy hangszert, amelyen láthatóvá válnak a hangközök. A legjobb a hegedű vagy a gitár, de a furulya vagy a pozan is remek lehet.

A Nemzeti Köznevelési Portál oldal (<https://portal.nkp.hu>) kínálata most kicsit szerényebb, bár van videó a két középre. A gyökvonásra pedig oktatóprogramot találunk, amelyet akár órai munka során – a helyi lehetőségektől függően –ki is vetíthetünk.

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

Ebben a fejezetben sok fontos és érzékeny témát érintenek a feladatok. A megélhetés, kereskedelem, pénzügy, bankszektor világát idézők: havi nettó jövedelem, fizetésemelés, tőke növekedése, árleszállítás, autó értékcsökkenése, új termék bevezető ára, bankszámla. Ezenkívül felbukkan a kerékpártúra és a baromfitelep csirkeállománya is, mint téma. Ami szintén aktuális társadalmi téma, a népességnövekedés, a 8. lecke 1. Házi feladatában. Néhányra egy-egy szó erejéig reflektáljunk. Megkérdezhetjük, mit tudnak, mennyire reálisak ezek a számok, hogy van mindez ma nálunk, vagy hogy van ez tőlünk távolabbi – szegény vagy éppen gazdagabb – vidékeken.

3. fejezet: GEOMETRIAI MÉRÉSEK, SZÁMÍTÁSOK (13–22. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

10 leckéből áll a fejezet, nincs benne önálló Ráadás. Az első fele (13–17. lecke) a háromszögekkel, a második fele (18–22.) a körökkel foglalkozik. A két részt elegánsan köti össze a mértani közép szerkesztési módja. Szokott módon Tudáspróbával és Témazáró feladatgyűjteménnyel (20 feladattal) zárul az egység.

A fejezet célja a geometriai ismeretek bővítése, a geometriai adatok és a köztük lévő összefüggések felfedezése. Hangsúlyosan és új helyzetben jelenik meg a szög fogalma. Gyakran felbukkan a gömbön, gömbben, földgömbön való tájékozódás. Amellett, hogy sokszor fizikai, földrajzi műveltségünk tágul, a fejezet a térszemléletet is fejleszti.

Emelt szintű csoportban fontos rész cél a matematikai gondolkodás alapja, a bizonyítás mint struktúra megértése, különös tekintettel az ekvivalens állításokra. Sok alkalmat kínálunk

erre a leckék Ráadás részében szereplő tételek. Ezeknek a tételeknek a számonkérésére ajánljuk a szóbeli formát, akár az emelt szintű érettségi mintájára.

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

Fogalmak, összefüggések: a háromszög egybevágósági alapesetei, magasságtétel, befogótétel, körív, körcikk, középponti szög és köztük lévő összefüggés, körív hossza, körcikk területe.

Emelt szint: sokszögek egybevágósága, magasságtétel, befogótétel bizonyítása és megfordításuk, négyzetes, harmonikus közép, a négy közép közötti összefüggés, kerületi szögek, kerületi és középponti szögek tétele, érintő szárú kerületi szögek és a vonatkozó tétel, látó körív, húrnégyszögek, érintőnégyszögek és a vonatkozó tételek (összesen hét tétel, ebből ekvivalencia négy).

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

Tartsuk az „egy lecke – egy óra” alapszabályt!

Emelt szintű csoportban a kerületi szögek, érintő szárú kerületi szögek, húrnégyszögek, érintőnégyszögek legalább egy-egy pluszórát jelentenek. Így ha minden leckét egy órában tárgyalunk, akkor egy ilyen haladó csoportban a témazáró dolgozattal együtt összesen legalább 15 órával kell számolnunk.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

A szükséges geometriai előismereteket a fejezet külön Elmélet részben foglalja össze két esetben is: az egybevágóság fogalma és a szép háromszögek nevezetes oldalainak kiszámítása. A fejezetben szép számmal előforduló Ráadás részek valóban haladó csoportoknak ajánlottak, noha nem igényelnek ezek sem különösebb előképzettséget, de érettebb, érdeklődőbb matematikai gondolkodást annál inkább.

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

A fejezet egy leckében, a 17.-ben ajánl csoportmunkát. Ráadásul ez csoportverseny. Óvatosan bánjunk az órával, ne egymás legyőzése váljék céljá! A verseny megnyeréséhez nemcsak kiváló matematikatudásra van szükség, hanem a csoportmunka jó szervezésére is: a feladatok optimális kiosztására, az együttműködésre, végül egymás megsegítésére. Igazi szociális helyzet. Fontos mozzanat vagy játékszabály az egyszeri javítási lehetőség a már táblára felírt

eredményen. A verseny akkor se érjen véget, ha már kihirdettük az eredményt! Vegyük komolyan a 2. feladatot is, miszerint az első három egy-egy egyszerű módszert mutasson be! Természetesen mi, tanárok is segítsünk, ha van még egyszerűbb megoldásunk.

A fejezetben több komoly tétel is szerepel. A kilencedikes anyaghoz képest itt különösen koncentráltan jelenik meg a „tétel és bizonyítása” gondolat. Emelt szintű csoportban ezeket mindenképpen beszéljük meg! Több ekvivalens állítás (magasság- és befogótétel, húrnégyszögek és érintőnégyszögek tétele) is szerepel közöttük. Lévéen sok hasonlóságot mutatnak páronként (magasság-befogó; illetve húrnégyszög-érintőnégyszög), a feldolgozásukba hamar bevonhatók a diákok, jó esetben a „második” tételt már maguk tudják bebizonyítani. Azt is emeljük ki, hogy a mértani közép szerkesztési módja a magasságtétel alkalmazásával új, geometriai bizonyítási módszert kínál egy alapvetően algebrai tételre, a számtani és mértani közép közötti összefüggésre! A tankönyv elején már láttuk ennek ekvivalens lépéseken alapuló algebrai bizonyítását (7. lecke Emelt szint). Szép ívet feszíthetünk ki ily módon a tankönyv első három fejezete között.

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

A fejezet ez emelt szintű csoportok nagyobb igényeit is ki tudja szolgálni. Kevésbé érdeklődő csoportokban, ahol talán lassabban haladnának önálló munkával, mint a tankönyv szerkezete megkívánja, bátrabban adjunk lehetőséget páros munkára! Egymás segítése ösztönző lehet a munkában, a diákok olyan impulzusokat kaphatnak elakadáskor, amelyekkel gyorsabban tudnak haladni.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

Két helyen szerepel GeoGebra használata: a 13. lecke Házi feladatában, illetve a 19. lecke Emelt szintű feladatában, ahol mértani hely megállapításához nyújt segítséget.

A második tizedikes kötet végi Számítógépes megoldások, segédprogramok használata c. fejezet is kitér az egybevágósági transzformációkra.

Ahogy geometriafejezethez illik, szerkesztések is szerepelnek a feladatok között, ami körző használatát teszi szükségessé. A fejezet tipikus szerkesztési feladata irracionális számok helyének meghatározása a számegyenesen. A 19. lecke Ráadásának 1. Feladata fontos szerkesztési feladat haladó csoportok számára. Valóban végeztessük el ezeket a szerkesztéseket körzővel, vonalzóval!

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

Ez a fejezet kevés olyan témát tartalmaz, amely közvetlenül érintheti a társadalmi szolidaritást. Az ácsok gerendája, szerencsekerék, a darts tábla (a 21. lecke Ráadás), a moziteremben ülő néző látószöge (a 22. lecke Ráadás), a kút (21. lecke 2. Házi feladat), a

földgömb különböző pontjainak vizsgálata (Namíbia és Rio de Janeiro között, 21. lecke 4. Feladat) vagy a szabásmintán dolgozó Hajni (20. lecke 4. Feladat) csak távoli asszociációkon keresztül hozható összefüggésbe a szolidaritás fontos szempontjával.

4. fejezet: MÁSODFOKÚ FÜGGVÉNYEK (23–32. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

10 leckéből áll a fejezet, önálló Ráadás lecke nélkül, majd szokott módon a Tudáspróba, majd a Témazáró feladatgyűjtemény (18 feladattal) leckékkel zárul.

A fejezet célja így egyértelmű, a másodfokú függvény biztos ismerete, ami elengedhetetlen a továbbiakhoz, a másodfokú egyenletek megismeréséhez. A fejezet tehát önmagában is rész cél, átvezető funkciójú.

A fejezet maga is két részre osztható: az első rész általában foglalkozik a függvényekkel és azok transzformációjával (23–28. lecke), a második fél magával a másodfokú függvénnyel és a transzformációról tanultak másodfokú függvényekre vonatkozó alkalmazásával (29–31. lecke).

A célok ellenőrzésének szinte kizárólagos, de biztosan a legfőbb eszköze a másodfokú függvény ábrázolása. Amennyiben ezt megtanulják a diákok, a továbblépéshez szinte minden tudás rendelkezésükre áll.

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

A kilencedikes tankönyv Adatok és függvények fejezetéből sok fogalom már ismert, ezeket felsorolja a 25. lecke Elmélet része: értelmezési tartomány, képhalmaz, értékkészlet, helyettesítési érték, hozzárendelési szabály, zérushely, minimum-, maximumhely, illetve -érték, (szigorúan) monoton növekedő/csökkenő függvény.

Fogalmak: másodfokú függvény, teljes négyzetté kiegészítés módszere, egy speciális ábrázolási mód.

Emelt szint: parabola definíciója, láncgörbe.

Külön érdemes kiemelni a 30. lecke Elméletében megfogalmazott ábrázolási módszert. Nagyon gyors, sok esetben használható ábrázolási technikát ajánl a teljes négyzetté alakítás módszere mellett. Utóbbi módszer mindenütt használható, de sokkal több átalakítást igényel, mint az itt tárgyalt lehetőség. Hívjuk fel erre a diákok figyelmét, akár úgy is, hogy egy példán nézzük meg mindkét módszert!

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

A fejezet 10 lecke, témazáró dolgozattal együtt 11 óra. Amennyiben szükséges és van rá idő, még egy órát szánhatunk a gyakorlásra. Haladó csoportoknál a parabola definíciója,

megértése, esetleg néhány Ráadás feladat megoldása érdemel egy pluszórát. Ajánlott különböző paraméterű parabolákat megszerkesztetni, tapasztalatszerzés céljából.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

Függvényekkel már nem először találkoznak a diákok, sőt, másodfokú függvénnyel sem. A kilencedikes tankönyv 52. leckéjének ez a címe, és valóban másodfokú függvényekkel foglalkozik, de még nem az itt szereplő általános alakú másodfokú függvényekkel. Ez a fejezet erre készít fel fokozatosan. A párhuzamos tárgyalás – egyszerre több függvényen vannak bemutatva ugyanazok a transzformációk – és a visszafogott tempó – egy fejezet egy transzformációtípus – követhetővé teszi az építkezést mindenki számára. A 24. lecke ismétlés, az eddig tanultak egy táblázatban szerepelnek összefoglalva.

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

Csoportmunka a 23. és a 25. lecke munkaformája. Előbbi szélsőérték-feladatot bújtat szöveges köntösbe, egyre finomodó részletekkel. A lecke 2. Feladata nyílt végű, azaz több fajta eredménye lehet, attól függően, hogy az egyes csoportok milyen leárazási konstrukciót találnak ki a pólókiárúsításra.

A 25. lecke 1. Feladata „nagymozgásos” megoldást kér: a kiosztott, hozzárendelési szabályokat tartalmazó cédulákkal kell megkeresnie kinek-kinek a hozzá tartozó párokat, a megfelelő grafikonokat. A 2. lecke is bátor ajánlást fogalmaz meg. Az előbbi módon kialakult csoportokban a „kerekasztal” módszer szóbeli változatával, a „szóforgóval” kell jellemezni az adott függvényeket. Nagy előnye a könyvnek, hogy a módszert ismerteti, így tanár, diák számára is világos a játékszabály. Próbáljuk ki mindenképpen a módszert, a diákok szeretik, s egyúttal tanulják a demokratikus magatartást. Ennek a leckének a végén mintegy emlékeztetőül szerepelnek a függvények jellemzéséhez szükséges, korábban már tanult szempontok. Innen „puskázhatnak” a csoportmunkában a kialakult csoportok.

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

Több lecke (26–30.) is hosszú Kidolgozott feladattal indít. Választhatunk valóban a helyi igényektől függően, hogy együtt dolgozzuk fel a diákokkal, vagy rájuk bízuk az olvasását, megértését, esetleg átugrunk rögtön a feladatokhoz, hogy onnan maguk ugorjanak vissza, kikeresve a hiányzó láncszemet. Utóbbi két módszert önállóan működő, haladó jellegű csoportoknál tartjuk célravezetőnek.

Lassabban haladó csoportok esetén szokásos módon az is jó módszer, ha nem a Kidolgozott feladatok hasonmásait beszéljük meg együtt az órán, így rögtön két kész példa is rendelkezésre áll: egy a tankönyvben és egy a füzetben.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

A GeoGebra, a Graph vagy egyéb függvényábrázoló program használatának legadekvátabb területe a témakör. Akár minden órán használhatjuk ezeket, demonstráció céljából. Bízassuk a diákokat is, hogy töltsék le otthoni számítógépükre vagy – akinek van – okostelefonjukra. Sokat „játszhatunk” ezekkel a programokkal úgy, hogy észrevétlenül maga a transzformáció is rögzül. Nagyon gyorsan, kényelmesen és látványosan tudunk sokféle függvénytranszformációs hatást megmutatni. Vigyázzunk azért a kényes egyensúlyra, ellenőrizzük, hogy valóban megy-e a diákok „fejében” is az ábrázolás! Komoly dilemma ez persze: Minek tudni, ha megoldja a gép? – kérdezhetik a diákok. Vegyük is komolyan, nem olyan könnyű válaszolni rá. Ahhoz, hogy értelmesen tudjuk használni ezeket a segédeszközöket, szert kell tenni nemcsak az előállításukhoz, de a használatukhoz szükséges tudásra is. A fejezetben szereplő remek épületfotókra is felhívhatjuk a figyelmet, micsoda – sokszor számítógéppel támogatott – tervezői munka áll a háttérben.

A második tizedikes kötet végi Számítógépes megoldások, segédprogramok használata c. fejezet is kitér a másodfokú függvények ábrázolására.

A 25. (csoportmunkás) lecke a bevezető, mozgásos, interaktív részéhez előre elkészített grafikonokat kíván. Másoljuk ki mindegyik tankönyvben az ehhez a feladathoz szükséges grafikont, a hozzárendelési szabályokat kellő mennyiségben, és ezeket vigyük be az órára.

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

A 25. lecke „szóforgó” módszere – még inkább, mint általános csoportmunka – természetéből adódóan azonnal megteremti a társadalmi szolidaritást igénylő helyzetet; éljünk vele!

A fejezetben szereplő témák a kereskedelem és a környezetszennyezés, környezetudatosság köré csoportosulnak: kiadás (DVD, póló), alkatrészgyártó cég haszna, szén-dioxid-kibocsátás, veszélyes hulladék megsemmisítése.

5. fejezet: MÁSODFOKÚ EGYENLETEK (33–45. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

A fejezet összesen 15 leckét foglal magába, köztük két Ráadással. Három részre tagolódik: az elsőben megtaláljuk a másodfokú egyenlet megoldóképletét, és alkalmazzuk (33–38. lecke + Ráadás). A másodikban másodfokú egyenletre vezető szöveges feladatok szerepelnek (39–42. lecke). Végül gyökös egyenletek előkészítése és megoldása a téma (43–44. lecke + Ráadás). Szokásos módon, bár egy leckén belül a fejezet Gyakorlással, Tudáspróbával, majd Témazáró feladatgyűjteménnyel (31 feladattal) ér véget.

A fejezet célja egy új egyenlettípus megoldási módszerének biztos használata, illetve ennek a mindennapi problémákban történő alkalmazása. Sok egyszerű, valós helyzetből származó eset másodfokú egyenletre vezető példájával találkozunk a szöveges, középső részben.

Az értékelés tekintetében a hagyományos dolgozat célravezető, de legyenek valós helyzeten alapuló szöveges feladatok is benne, ne csak öncélú algebra!

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

Fogalmak: a másodfokú egyenlet megoldóképlete és levezetése, diszkrimináns, gyöktényezős alak, kétszeres gyök, Viète-formulák, ekvivalens egyenletek, következményegyenlet.

Emelt szint: a Viète-formulák bizonyítása, paraméteres feladatok, gyökös egyenletek.

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

Hosszú a fejezet, a témazáró dolgozattal együtt 16 óra, 5 hét. Ezt javasoljuk átlagos, nem emelt szintű csoport esetén.

Amennyiben olyan a csoport, a 38. lecke paraméteres feladatait, illetve a 44. lecke gyökös egyenleteit érdemes átvenni, ami újabb két órát igényel, tehát haladó csoport esetén 18 óra.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

Az előismeretet az előző fejezet adja meg: a másodfokú függvények zérushelyei lesznek a másodfokú egyenlet gyökei.

A szöveges feladatok sokszor nagyobb erőfeszítést igényelnek a diákoktól. Emlékeztessük őket, hogy már az elsőfokú egyenleteknél, egyenletrendszereknél találkoztunk hasonló feladatokkal! Ott is a szöveg pontos olvasása, értelmezése, rendszerezése, az adatok táblázatba foglalása vezetett eredményre. Itt is ez, a szövegértés szokott problémát okozni, nem az egyenletek másodfokú jellege.

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

A 38. lecke csoportmunka, sőt, ismét csoportverseny. Ugyanazok a játékszabályok érvényesek, mint a 17. leckében. Tartsuk be az ott leírtakat! Kiegészítésként: itt az időnyerésnek, a versenynek annyiban van létjogosultsága, hogy a gyors megoldáshoz előrelátó gondolkodásra van szükség. Például, ha nincs gyöke egy adott egyenletnek a diszkrimináns alapján, nem kell hozzáfogni a gyökök meghatározásához.

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

A 36. Diszkrimináns c. leckét kétféleképpen is vehetjük, a csoport színvonalától függően: átlagos csoport esetén az első öt, zöld feladatot, haladó csoport esetén a Ráadás öt, piros feladatát javasoljuk.

A szöveges feladatokat tartalmazó leckékben (39–42. lecke) a Kidolgozott feladatok sokszor valóban hosszú szövegeit most kifejezetten olvasásra ajánljuk, nem közös megbeszélésre. Ezáltal is fejlődhet a diákok szövegértési kompetenciája.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

A négyzetgyökös Ráadásban (44. lecke) ajánlja a feladat a GeoGebra használatát, grafikonos megoldás segédeszközeként. A 42. lecke pedig táblázatkezelő programot javasol.

Ami még fontosabb és valóban elengedhetetlen segédeszköz, az a számológép. A számológép nélkülözését sok feladatnál kifejezetten kéri a tankönyv, már kilencedikben, de itt is, pl. a négyzetgyökvonás azonosságainál (9. lecke). Ebben a fejezetben azonban fokozottan érvényes a kilencedikes tankönyv 21 leckéjének szabályzata:

1. LEGYEN számológéped!
2. Legyen ITT a számológéped!
3. ISMERD a számológépedet (olvasd el a használati útmutatóját)!
4. HASZNÁLD a számológépedet!

A megoldóképlet alkalmazásáról szóló 35. lecke Ráadásának 1. Feladata ismerteti egyes számológépek másodfokú egyenletmegoldó funkciójának használatát. Újabb, de talán könnyebben kezelhető „gép-ember” dilemma előtt állhatunk: Meg kell-e tanulni a megoldóképletet? Benne van a függvénytáblában, tehát nem, ugyanakkor rögzül magától a sok használat során úgy, hogy még érettségi találkozóra is tudja mindenki. Jó is, ha van nyoma a számolásnak, mert esetleges hiba esetén megtalálható a tévesztés. Amennyiben pedig csak egy apró mozzanata egy bonyolultabb feladatnak a gyökök megadása, akkor nyilván bevethető a számológép gyors megoldása. Fel kell hívni ugyanakkor a figyelmet arra, hogy az érettségi vizsgákon külön figyelmeztetés szerepelhet a számológép használatára vonatkozóan. A 2017-es érettségin a megoldóképlet funkciót lehetett használni, de bizonyos feladatoknál a teljes pontszámhoz szükség van a részletszámítások közlésére.

A számológép használatát a tankönyv utolsó előtti számozatlan összefoglalója (Egyenletek megoldásának ellenőrzése számológéppel) is tárgyalja a másod- és harmadfokú, de tetszőleges egyenletek zsebszámológépes megadását és megoldását. Ajánljuk a matematika vagy az informatika iránt fogékonyabb diákoknak!

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

A fejezet középső, szöveges feladatokat tartalmazó részének idevágó témái a kereskedelem szokásos módon, a pénzügy, a munka világa és egyéb közösségi, családi témák.

Összegyűjtve néhányat közülük: biciklitúra, kenutúra, hétvégi rokonlátogatás, leánykórus kendői, érettségi találkozó, seregélyek a gyümölcsösben, krumpli télire, cukrászda, fordítóiroda, kert felásása, gépelés, értékpapír, tv-készülék ára, kabát árleszállítása, nemzetközi kozmetikai cég, alkatrészgyár, díszkert, DVD-kiadás.

A két véglet talán a nemzetközi kozmetikai cég és a kert felásása. Kinek az egyik, kinek a másik terület lehet teljesen ismeretlen. Nem feltétlenül kell tematizálni matematikaiórán ezt a viszonylag széles skálát, de amennyiben szóba kerül, mindkét véglet pozitív értékelést kapjon!

6. fejezet: VEKTOROK ÉS A HASONLÓSÁG (46–66. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

Ez a hatalmas fejezet 23 leckét fog össze, a két önálló Ráadást is beleértve. Több kisebb részre osztható fel. Az első rész a vektorokkal foglalkozik (46–51. lecke), a második a hasonlóság kiépítésével és alkalmazásával (52–57. lecke + Ráadás), a harmadik a háromszögek, síkidomok és testek hasonlóságával (58–61. lecke + Ráadás), végül a szög új mértékegysége kerül terítékre (62–63. lecke). E fejezetet két Gyakorlás lecke, Tudáspróba, illetve Témazáró feladatgyűjtemény (19 feladattal) zárja.

A fejezet célja a geometriai ismeretek további bővítése a vektorok, a hasonlóság és a radián új fogalmain keresztül, hétköznapi értelemben a hasonlóság alkalmazása, a geometriai arányosság felfedezése a világban.

A számonkérés nem könnyű, már csak amiatt sem, hogy igen a hosszú a fejezet, másfelől a hasonlóságot a feladatokban néha nehezen ismerik fel a diákok, bár a kicsinyítés-nagyítás egyszerű fogalmait jól szokták érteni. Emiatt megfontolandó valahol megtörni a fejezetet – talán a Középpontos hasonlóság (55. lecke) után –, és ott ellenőrizni először a tudást.

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

Más ismert fogalmak: háromszög közép- és súlyvonalai.

Fogalmak: vektor és tulajdonságai, nullvektor, ellentett vektor, vektorok összege és különbsége, a műveletek tulajdonságai és megszerkesztésük, vektor számszorosai, vektor felbontása összetevőkre, bázisvektor, vektorkoordináták, középpontos hasonlóság és tulajdonságai, hasonlóság és tulajdonságai, hasonló síkidomok, hasonló testek felszíne és térfogata, háromszögek hasonlósági alapesetei, aranymetszés (Ráadásban), ívmérték, radián, szögek átváltása, ívhossz, körcikk területe.

Emelt szint: a párhuzamos szelők tétele, hasonlósági transzformáció, hasonlósági arányszám, hasonló alakzatok, vektorösszeadás disztributivitása, a magasság- és a befogótétel újabb bizonyítása.

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

A 23 fejezet plusz a dolgozat 24 óra lenne, kb. két hónap tehát, ha mindent veszünk. Nagyon hosszú idő, tovább nem érdemes húzni. Amennyiben úgy döntünk, hogy a hossz miatt félúton is íratunk dolgozatot, akkor még egy órával több időt igényel.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

A háromszög közép- és súlyvonalainak ismeretét feltételezi a tankönyv (ld. kilencedikes tankönyv 86. lecke), de jó szokásához híven ismétlésképpen megemlékezik róluk (59. lecke). A vektor fogalomra is épít a fejezet, amelyet szintén ismerünk már a kilencedikes tankönyvből. Vektorok témakörében több hivatkozás is van korábbi fizikai tanulmányokra.

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

A 60. lecke 2-3 fős csoportmunkát ajánl, két különböző feladatsorral. A tankönyv instrukciója úgy szól, hogy a feladatsorok megoldása után az egyes csoportok tanítsák meg a másik feladatsort megoldóknak a feladatokat. A diákok tanári, korrepetáló, segítő helyzetbe kerülnek. A következő, 61. lecke hasonló struktúrájú. Amennyiben bevált a forma, bátran folytassuk itt is!

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

A 49. lecke (Vektorok számszorosa) többféleképpen dolgozható fel. Lényegében két különböző szintű feladatsort tartalmaz. A csoport színvonalától függően választhatjuk a zöld, normál feladatokat, illetve a piros, Ráadás feladatokat. Az 51. lecke Ráadásában szerepel a vektoros autóverseny. Ezt minden csoportban érdemes kipróbálni, játszva, észrevétlenül tanulhatunk belőle. Akár tanár-diák csatát lehet játszani nyílt színen, ha van négyzetrácsos tábla.

A fejezetben van több kultúrtörténeti kitekintés (pl. 57. lecke Ráadása), ezeket kiadhatjuk kiselőadásra kevésbé haladó, de haladó csoportokban is.

Az 59. lecke Ráadásában szereplő bizonyításokat a magasság- és befogótételre vonatkozóan mutassuk meg haladó csoportoknak, hiszen így ugyanazon tételre két bizonyítást is látnak.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

Az eltolás (46. lecke), a középpontos hasonlóság (55. lecke) és a hasonlóság (56. lecke) vizsgálatához javasolja a fejezet a GeoGebra használatát. A tankönyv végi Számítógépes megoldások, segédprogramok használata c. fejezet is kitér a középpontos hasonlóságra.

Az eltolás lecke Kidolgozott példájához mindenképpen mutassuk meg a „crosswind” (oldalszél) jelenséget egy-egy internetes videó segítségével!

Ha tehetjük, mutassuk meg a Nagyítás c. film vonatkozó jelenetét (ld. 54. lecke) az órán.

Néhány leckében (pl. 57.) szükség van vonalzóra távolságméréshez és szögmérőre szerkesztéshez.

Az arany metszés illusztrálására (Ráadás: Szépség és művészet) az internetes videók nagy segítséget nyújtanak, hiszen a film előrehaladtát jelző vonal hossza épp az arany metszésnek kell hogy megfeleljen. Amennyiben az adott felvételen megkeressük azt a pontot, ahol be akarjuk mutatni a változást (pl. Bartók Kékszakkállójának az 5. ajtaját), akkor a vonalon láthatóvá válik az arány.

A szögek átváltásánál (62. lecke) újfent táblázatkezelő programok használatát ajánlja a könyv.

A 64. lecke Ráadásában szó esik a camera obscuráról. Akár fel is adhatjuk ennek elkészítését otthoni projektfeladatként, vagy akár vihetünk be magunkkal egyet az órára, a diákok biztosan örökre emlékezni fognak rá, így a hasonlóságra.

A 65. lecke 1. Feladata alapfeladat mindenfajta csoportban, ugyanitt a 2. Feladat váratlan nehézséget szokott okozni, számítsunk rá!

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

Jobbára építészeti és művészeti témák jellemzik a fejezetet, a geometriafejezethez híven kevés szöveges feladattal. Pl. lakótelepi lakás alaprajza, telek felosztása, gyógyfürdő tervrajza, csipszes doboz, öntöde, tölcséres jégkrém, Renoir és Da Vinci egy-egy festménye, Kékszakkallú herceg vára c. opera, Csillagok háborúja c. film, digitális fotó memóriaigénye. A művészeti témák közül jó néhány újdonság lehet, mások pedig unalomig ismert hivatkozási pontok (Star Wars, digitális fotó), bár éppen nem matematikai vonatkozásuk miatt.

7. fejezet: SZÖGFÜGGVÉNYEK (67–78. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

13 leckét foglal magában a fejezet, köztük egy Ráadással. Egy Gyakorlás osztja két részre. Előtte jutunk el mind a négy szögfüggvényhez (67–71. lecke), majd ezek alkalmazásához (72–78. lecke + Ráadás). Az utolsó lecke Gyakorlás, tudáspróba (két feladatsor is van), majd Témazáró feladatgyűjtemény (32 feladattal).

A fejezet célja a szögfüggvények megismerése, illetve annak a felfedezése, hogy ezzel a viszonylag egyszerű eszközzel rengeteg új problémát tudunk megoldani. Ilyen például a 80. lecke, amely kifejezetten azt tűzi ki célul, hogy eddig tárgyalt feladatokat oldjunk meg a szögfüggvények segítségével, számolás útján. Azt is megmutathatjuk haladó csoportban, hogy most már tetszőleges háromszögben minden adatot – oldalt és szöget – ki tudunk számítani.

A számonkérés a szögfüggvények alaphasználatát ellenőrizze mind algebrai, mind geometriai, mind szöveges példákon keresztül, a Tudáspróbákhoz hasonlóan! A trigonometriára még szükség lesz az érettségiig, többször is. Bővülni fog az eszköztár, de közvetve sok témakörben lesz még rá szükség matematikán belül, a koordináta-geometriától a térgeometrián át az algebráig.

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

Fogalmak: hegyesszög tangense, kotangense, szinusa, koszinusa, pótszögek szögfüggvényei, Pitagorasz-tétel szögfüggvényekre, nevezetes szögek szögfüggvényei, új területképlet paralelogrammára, háromszögre, egyenes és sík hajlásszöge.

Emelt szint: lejtők meredeksége százalékban (Ráadás), az új területképlet bizonyítása. Ez utóbbi annyira egyszerű és rövid, szinte magától kijön, hogy akár minden csoportban megmutathatjuk.

Hívjuk fel a figyelmet a trigonometria felhasználási területeire, különös tekintettel a fizikára, ahol minden bizonnyal már kellett találkozniuk vele korábban – sok esetben már egy évvel ezelőtt. A Témazáró feladatgyűjtemény 25–26. Feladatai is jó példák erre, de visszautalhatunk az 50. leckére, amely a vektor összetevőkre bontását tárgyalja. Az 51. lecke 3–4. Feladatát akár újra megoldhatjuk – korábban itt még csak mérést tudtunk alkalmazni, most már számolással is meg tudjuk oldani.

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

A 13 lecke, így a 13 óra elegendőnek tűnik az anyag elsajátításához. A fejezetet természetesen témazáró dolgozattal zárunk.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

Értelemszerűen szükség van a tizedikes tankönyv hasonlóságot tárgyaló fejezetében szerzett tudásra. Mutassuk meg az összefüggést a két fejezet között: hasonló háromszögek esetén a megfelelő oldalak aránya páronként megegyezik. Ezt használjuk ki a derékszögű háromszög esetén – gyakori és egyszerű szerepüknel fogva – az oldalarányok rögzítésére, a megfelelő szögfüggvények definiálására. Ebből a fejezetből már a radián fogalmát is ismerni kell. Sőt, felbukkan a szögperc ritkábban használt fogalma (68. lecke, Ráadás).

A látókörv fogalmára is szükség van a 70. lecke Ráadásában, a tizedikes tankönyv első kötetének harmadik fejezetéből. Ezt inkább haladó csoportoknak ajánljuk.

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

A tankönyv egy helyen javasol csoportmunkát ebben a fejezetben (77. lecke). A módszer is megnevezi, a tanítva tanulás jellegzetes kooperatív példáját, a mozaikmódszert. Az óra „nagymozgásos”: csoportalakítás után újabb csoport következik, majd visszarendeződés. Figyelmes tanári jelenlétet kíván. A két különböző feladatsor egy-egy példája azonos. Ezeknél a megoldási módszerek ütköztetése, összehasonlítása a cél, a többi feladatnál azok ismertetése és megtanítása. Iparkodni kell, mert négy feladat van, és a módszerből adódóan mindegyikre majdnem másfél-kétszeres időt kell számolni. Ez a módszer most szerepel először tankönyv ajánlásaiban, emiatt erre különös figyelmet szenteljünk!

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

A Ráadás lecke a térgeometriából hoz érdekes feladatokat. Valójában ezek nem nehezek, inkább szokatlanok, ezért minden csoportban kipróbálhatjuk saját belátásunk alapján. A térszemléletet, térlátást fejleszti, a nézőpont többszöri áthelyezésének igényével. Azt a képességet fejleszti, hogyan lehet a tér problémáit síkbeli problémákra visszavezetni. Ezt a leckét kipróbálhatjuk akár páros vagy csoportmunkában.

Amennyiben a csoport szereti a kooperatív módszereket, és mi is hatékonyak érezzük, a Gyakorlás órát (72. lecke) is megtarthatjuk ebben a páros vagy csoportmunka formában.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

A 68. lecke nagy teret szentel a számológép-használatnak. Megmutatja, hogyan kell a szögfüggvényeket kiszámolni a különböző számológépek segítségével. Ezt mindenkinek magának át kell böngésznie, a saját számológépét alapul véve. Hívjuk fel a figyelmet az angolszász és a magyar rövidítések közti finom, ám zavaró különbségekre (tg helyett tan, arctg helyett

$\tan^{-1}$ stb.)! Külön érdekesség a 68. lecke Ráadásának történeti visszatekintése a függvénytáblázatos szögmeghatározásra. Hasznos lehet az összevetése a számológépes módszerrel. Mindemellett végighúzódik a fejezeten az algebrai átalakítások igénye szép szögek esetén, amelyeknél kifejezetten kéri a feladat a számológép használatának mellőzését.

Ebben a fejezetben is szükség van néha vonalzóra, a méréshez (pl. 75. lecke 1. Feladata).

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

A fejezetben előforduló témák fölött könnyen át lehet siklani. Ugyanakkor sok az olyan téma, amely magasabb életszínvonalhoz köthető (búvárcentrum, motorcsónakos siklóernyő, montserrati függővasút, Szabadság-szobor, Pentagon), például az utazás, a turizmus révén. Vagy elsősorban vidéki életre utalnak a feladatok (víztorony magassága, víztároló, kolontári védőgát). A lakhatási, lakóköörülményeket érintő problémákról sem feledkezhetünk meg más témák esetén (tetőtér-beépítés, LED- és spotlámpa). Külön figyelmet érdemel az akadálymentesítés témája, amely a Témazáró feladatgyűjteményben (18. feladat) bukkan fel, mint az egyik legfontosabb területe a társadalmi szolidaritásnak.

8. fejezet: EGYENLŐTLENSÉGEK, EGYENLETEK, EGYENLETRENDSZEREK (79–89. lecke)

A fejezet rész céljainak leírása, a célok elérésének értékelhetősége, az értékelés lehetséges módjai

A tankönyv utolsó fejezete 11 számozott leckét ölel föl, és még 2 önálló Ráadást tartalmaz. A fejezetet ismét Gyakorlás, tudáspróba zárja két Tudáspróba-feladatsorral és Témazáró feladatgyűjtemény (31 feladattal). A tankönyv utolsó leckéje ezt követi Matematikai fejtörők címmel, azonban itt már az egész éves anyagot esetleg azt csak közvetve érintő feladatok szerepelnek. A fejezet első négy leckéje (79–81. lecke + Ráadás) a különböző fokú egyenlőtlenségekkel foglalkozik. A következő rész (82–85. lecke + Ráadás) magasabb fokú egyenletekkel, illetve másodfokú egyenletrendszerekkel foglalkozik, végül a harmadik rész (86–89. lecke) több gyakorló leckét tartalmaz. Újdonság az Érettségi feladatok c. lecke, amely valóban korábbi évekből hoz e témakörbe vágó feladatokat, ezzel is téve indokolttá a fejezet célkitűzéseit.

A témakör fő célja az algebrai ismeretek szélesítése, az egyenletek, egyenlőtlenségek terén magabiztos tudás elérése. Ha matematikára gondolunk laikusként, általában egyenletekre, az algebrára asszociálunk. Köznapi értelemben ez a terület testesíti meg a matematikát, ez adja meg a létjogosultságát. A fejezetben vannak tisztán algebrai, kifejezetten egyenletrendezési trükköket igénylő feladatok, amelyeket „csak” megoldani kell. Azt is megmutathatjuk a diákoknak, ami sokszor valóságos érzés szokott lenni bennük, hogy pusztán megoldásuk – a rejtvényfejtés – is örömet jelent. Ilyen öncélú játék az Egyenletrendszerek kétjegyű számokról című 85. lecke.

A tankönyv célkitűzéseihez híven ugyanakkor itt is sok mindennapi életből származó feladat szerepel. A matematika haszna itt a legnyilvánvalóbb: kiszámolni egy a hétköznapi életből vett mennyiséget algebrai eszközökkel. A fejezet másik fő célja ennek a kapcsolatnak – a matematika és a hétköznapi élet között – a megerősítése.

A fejezet tartalmi elrendezésének szempontjai, az új fogalmak rendszerbe foglalása, tantárgyi koncentrációra tett javaslatok (kötelező és kiegészítő anyagok elkülönítése)

Fogalmak: mérlegelv egyenlőtlenségekre, új ismeretlen bevezetése.

Ráadás: Viète-formulák használata.

Ez a szakasz új fogalmat nem is tartalmaz, inkább néhány módszert, de abból is keveset. A fejezetben nem az új anyag játssza a főszerepet, hanem a módszerek használata, új területekre való kiterjesztésük. Érdeme ennek a résznek, hogy sok lecke párhuzamos vagy alternatív utakat kínál, attól függően, hogy milyen szintű a csoport. A 82. lecke (Új ismeretlen bevezetése), a 86. (Gyakorlás, benne Négyzetgyökös egyenlőtlenségek) és a 87. (Érettségi feladatok, benne Emelt szintű példák) ilyenek. Válogathatunk is a két feladatsor között leckén belül, akár csoportszinten, akár egyénileg differenciálva csoporton belül, de vehetjük teljes egészében egyik vagy másik feladatsort, ha valamennyire homogén a csoportunk.

Érdemes itt is kiemelni a fizikából vett példákat. A Témazáró feladatgyűjtemény 3. Feladata olyan példát hoz, amelyet a fizikai tanulmányok során kilencedikben nem tudtak megoldani a diákok a másodfokú egyenlet megoldóképletének hiánya miatt. Most már ennek birtokában a felfelé hajított test mozgása során eltelt időre is rákérdezhetünk. Ugyanilyen példa ugyanitt az 5. (Coulomb-erő) vagy a 30. feladat (ellenállások soros és párhuzamos kapcsolása), amelyet akár már tanulhattak is, lévén a 10. év végén járunk.

A fejezetet szépen zárja le a 89. lecke Ráadása, amely kultúrtörténeti háttérrel ad a magasabb fokú egyenletekhez, megemlítve többek közt a casus irreducibilis matematikátörténeti fontosságú problémát.

A fejezet feldolgozásához ajánlott idő

A 13 lecke és a témazáró dolgozat összesen 14 órát jelent, a tanítás utolsó egy hónapját öleli fel. Ennél többet talán nem kell gyakorolni. Ha jól sáfarkodtunk év közben az idővel, tart-suk meg mindegyik leckét! Ha időszűkében vagyunk, hagyjuk el a Ráadást, illetve a 88. lecke csoportversenyét is átugorhatjuk.

A fejezet felhasználási területei: milyen előismeretekkel rendelkező tanulóknál lehet alkalmazni?

Az egyenlőtlenségről már általános iskolában tanulhattak a diákok. A tankönyvekben most bukkan fel először. Emiatt ennek bevezetése fontos pedagógiai feladat. A másodfokú

alkalmazás esetén pedig hangsúlyozzuk, hogy ábrázoljuk a feladathoz tartozó függvényt! Nyilván a tankönyv korábbi, másodfokú függvényekre és egyenletekre vonatkozó része elengedhetetlen feltétele ennek a fejezetnek.

A geometriaalapú egyenletrendszerek minimális geometriai előismeretet feltételeznek, mint pl. a Pitagorasz-tételt.

Ajánlott feldolgozási mód: a fejezethez kapcsolódó tanítási-tanulási folyamat részletes bemutatása, a tennivalók rendszere, módszerek és munkaformák (szervezési módok) bemutatása

Konkrét feldolgozási formát a 88. lecke kér. Ez ismét csoportverseny kerettörténettel. A fentebb leírt óvatossággal kezeljük a versenyt! A 87. lecke választási lehetőség elé állít, egyéni, páros vagy csoportmunka keretei között megoldhatjuk a feladatokat.

Változatok: az ajánlott feldolgozási mód alternatívái, a helyi igényekhez igazítás lehetőségei

Nagy mozgásteret ad a fejezet, választhatunk eleve a fentebb említett alternatív utak közül. Bőséges feladat áll rendelkezésre mind gyakorolni, mind komolyabb problémákat megoldani. A fejezetzáró feladatgyűjteményben is vannak szép számmal tisztán algebrai, illetve szöveges feladatok: kedvünkre és a csoport igénye, tudása szerint válogathatunk közülük. A témazáró feladatok közül a 14. trigonometriai egyenletre ad példát, kifejezetten az érdeklődőbbek számára.

A 81., a 83., illetve a 86. leckéket is megoldhatjuk páros munkában, ha hatékonyabbnak ítéljük. Ezekben nincsen kidolgozott feladat bevezetésként, és gyakorló jellegűknél fogva indokolt és fejlesztő lehet a páros munka.

Eszközrendszer: a fejezet tanításához rendelkezésre álló digitális tananyagok, esetleg szükséges eszközök megnevezése, azonosítása

A fejezet többször is ajánlja ellenőrzésre függvényábrázoló programok használatát. Különösen az egyenlőtlenségeknél nagyon hasznos a grafikon látványa, a másodfokúnál, magasabb fokúaknál kivált. A tankönyv végi Számítógépes megoldások, segédprogramok használata c. lecke is kitér egyenletrendszerek és egyenlőtlenségek grafikus megoldására a különböző ábrázoló programok (Graph, GeoGebra) segítségével.

A fejezetekben található, a társadalmi szolidaritást elősegítő témák, feladatok feldolgozása

Színes a paletta a szöveges feladatok között: testtömegindex, legnagyobb nyereség, virágágy területe, színházba megy a család, új motor, gyümölcsárus, béremelés, iskolai kirándulás költsége (hárman nem tudnak elmenni!), farönkök elhelyezése, palántavásár, vízitúra, prémium, buszbérlés, kerítésépítés. A béremelés és a nyereség maximálása a két véglet, de arra is rákérdezhetünk, vajon nincs-e anyagi oka, hogy valaki nem tud elmenni egy 3500 Ft-os kirándulásra.

III. A TANKÖNYVEK EREDMÉNYES HASZNÁLATÁNAK FELTÉTELEI ÉS LEHETŐSÉGEI

III.1. Hatékony tanítási módszerek és tanulási technikák

A tanítás módszerei közül a tankönyv azt a tanári szerepet helyezi előtérbe, mely során a tanár egyre több teret ad az egyéni munkának, s személyesen, körbejárva „kíséri” a tanulók munkáját. Ez a módszer egyáltalán nem kizárólagos. De érdemes teret adni az egyéni szövegértésnek és feladatmegoldásnak. Emellett a könyv konkrét feladatoknál javasolja a csoportmunkát vagy a pármunkát. Érdemes ezt is kipróbálni. Ugyanakkor ezek csak javaslatok, természetesen mindenki a saját módszereivel építi fel a konkrét órákat.

A hagyományostól eltérő csoport- és tanulásszervezési formák, kompetenciafejlesztő módszerek tekintetében a páros és a csoportmunka, valamint a projektmunka alkalmazását támogatja a tankönyv. A differenciálás tekintetében a szerényebb képességűeknek is szerepelnek gyakorló feladatok, míg az emelt szintű tananyagrészek is színesebbé váltak az átdolgozás során. Akár a csoportmunkát is felhasználhatjuk tehetséggondozásra és versenyfelkészítésre. Az infokommunikációs technikák alkalmazása is színesítheti a tananyag feldolgozását.

Az, hogy az átbeszélés szükséges-e, elsősorban annak függvénye, hogy a tanulók milyen könnyen jutottak el a helyes megoldásokig. Éppen ezért a csoportalakítás és a csoport feladatmegoldása közben mindenképpen kísérjük figyelemmel a csoportok munkáját!

A diákok különböző készségeinek fejlesztése, aktivitása, egymáshoz és a tanárhoz való viszonyulásuk tekintetében a könyv határozottan segíti a tanulók szövegértési és kommunikációs képességeinek fejlődését. Szövegközpontúságával az olvasási nehézségekkel küzdő gyerekek számára ugyanakkor külön nehézséget jelenthet. Az újfajta módszerek mégis, úgy tűnik, jó hatással vannak az osztálybeli interperszonális viszonyokra és a tanulók órai aktivitására is.

III.2. A tankönyv tanórai és otthoni használatának lehetőségei

A tankönyv újdonsága abban áll az eddig használatban lévő középiskolai matematika-tankönyvekhez képest, hogy munkatankönyvnek íródott. Szélsőséges esetben nincs szükség tanárra, a tananyagot elvileg minden diák maga meg tudja tanulni a könyvből. A nagy különbség abban áll, hogy a megértés folyamata a szóbeliségről áttevődik az írásbeliségre. Nem feltétlenül a tanár magyarázatából, hanem az olvasás folyamatában születik meg az új tananyag megismerése, megértése. Ezt követően pedig ennek a megértésnek az aprópénzre váltása lesz a feladatok önálló megoldása. A tanár szerepe átértékelődik, nem hagyja magára a diákot, ott áll mellette, segít neki, adott esetben irányítja, de nagyobb szerepet kap maga a diák.

III.3. A tankönyvre épülő normál és rugalmas tanmenetek

A tankönyv többször hangsúlyozott alapkoncepciója szerint egy lecke egy tanóra. Nem csak a leckék mennyiségét tekintve, de azok struktúráját illetően is nagy segítséget nyújt a tanárnak. Így a tankönyv tartalomjegyzéke voltaképpen tanmenetet ad a tanár kezébe. A tankönyv ennek megfelelően munkatankönyvként működik a legjobban, ennek is készült eredetileg. Órai feldolgozásra való, de nagy előnye – épp a hosszú szövegezésnek és a Kidolgozott feladatoknak köszönhetően –, hogy amennyiben hiányzik a diák, könnyűszerrel kapcsolódhat be a tananyag megismerésébe, és pótolhatja be otthon az adott anyagrészt.

A Feladatok, Házi feladatok száma is úgy van kitalálva, hogy teljesíthető és elegendő legyen mind az órán, mind az otthoni munkában.

A kilencedikes könyv 91, illetve a tizedikes 89 leckéje belefér egy tanévbe, amennyiben pedig van még idő, a témazáró feladatgyűjtemények bőséges feladatot adnak a gyakorlásra a maradék időben.

Az alábbi táblázatban egy lehetséges tanmenetet láthatunk mindkét évfolyamra, amennyiben minden Ráadást is veszünk, és a fejezetek befejezésekor témazáró dolgozatot íratunk. Így összesen 105, illetve 106 óra jut egy-egy tanévre.

III.3.1. Kilencedik osztályos tanmenet

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
1	Hogyan épül fel ez a tankönyv?	Ismerkedés egymással, a tankönyvvel		
2	Hányféleképpen lehet?	Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, többféle megoldási eljárás végiggondolása. Analógiák észrevése.	Szövegértés, gyakorlati problémák matematikai tartalmának felismerése, többféle gondolatmenet végigkövetése	Leszámplálási feladatok többféle gondolatmenettel, konvex sokszög átlóinak száma, belső szögeinek összege.
3	Számzárak	Leszámplálási feladatok további gyakorlása.		Leszámplálási feladatok
4	Folytatjuk az össze-számplálást	Feltételekkel kiegészített leszámplálási feladatok gyakorlása, kikötések, leszűkítések felismerése, esetek csoportokra bontása (pl. amikor NEM teljesül az állítás).	Logikai kompetenciák: állítások pontosan mit jelentenek, mely esetekben teljesülnek? Szociális kompetencia: páros munka.	Leszámplálási feladatok kiegészítésekkel: leszűkítés, szétválasztás stb.

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
5	Gyakorlás	Leszámlálási feladatok további gyakorlása (csoportmunkában).	Fejlesztési terület lehet a csoportmunkával való ismerkedés is: szociális kompetenciák, egymásra figyelés, megértés és magyarázat.	Leszámlálási feladatok
6	Halmazok	Halmaz, részhalmaz fogalmának megismerése, megértése. Példák a halmazokra sokféle területről.	Elvonatkoztatás: példák alapján egy alapfogalom kialakítása.	Halmazok (alapfogalom), véges és végtelen halmaz, üres halmaz, részhalmaz. Részhalmazok felsorolása (leszámlálási feladatokhoz való kapcsolódás). Ráadás: végtelen halmazok.
7	Halmazok uniója, metszete, különbsége	Halmazműveletek megértése és alkalmazása.	Szemléltetés, ábrázolás. Halmazműveletek gyakorlása.	Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Ábrázolásuk.
8	Gyakorlás	Halmazműveletek megértése és alkalmazása.	Szemléltetés, ábrázolás. Halmazműveletek gyakorlása.	Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Ábrázolásuk. Ráadás: szita-formula.
9	Intervallumok	A számegegyenes mint halmaz azonosítása, intervallumok mint számhalmazok azonosítása, ábrázolásuk, műveletek intervallumokkal.	Halmaz fogalmát azonosítani a számegegyenes és az intervallum esetében. Hibahatárokkal megadott mennyiségek kapcsolata az intervallumokkal.	Számegegyenes, intervallumok, abszolútérték fogalma. Nyílt és zárt intervallum, ábrázolásuk.
10	Gyakorlás, tudáspróba			
11	Témazáró dolgozat			
12	Műveletek számhalmazokban	Korábban tanult műveleti tulajdonságok átisméltése.	Korábban tanult ismeretek rendszerezése, számolási rutin fejlesztése.	Műveleti tulajdonságok, számolási rutinok.
13	Gyakorlás			
14	Racionális és irracionális számok	Racionális és irracionális számok, véges és végtelen tizedes törtek – a fogalmak ismételése és rendszerezése.	Korábbi tudás rendszerezése, számok világának mélyebb megismerése, állítások igazságtartalmának felismerése.	Racionális szám, tizedes tört.

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
15	Ráadás: Kit csapnak be a számok?	Gyakorlati számítások: kerekítés, számolás kerekített számokkal. Annak megértése, hogy egy mérési eredmény mit takar, milyen pontosság elképzelhető, és milyen pontosságnak van reális tartalma.	Gyakorlati problémák matematikai megfogalmazása és számolása. Kerekítés és hiba fogalmának kialakítása. Mikor milyen pontosságnak van értelme?	Kerekítés és pontosság, mérhető mennyiségek számértékének jelentése.
16	Arányosság	Gyakorlati problémákban az egyenes arányosság és a fordított arányosság felismerése és alkalmazása.	Gyakorlati problémák matematikai megfogalmazása és számolása.	Egyenes arányosság, fordított arányosság, arányos osztás.
17	Ráadás: Arányosságok a bicikli körül	Konkrét példában az egyenes és a fordított arányosság felismerése és alkalmazása.	A fiatalok hétköznapijaiból jól ismert helyzetben a matematikai fogalom felismerése és alkalmazása. Szövegértés fejlesztése (hosszú szövegű feladatban a matematikai probléma azonosítása).	Arányosság a hétköznapi életben.
18	Százalékszámítás	Százalékszámítás: ismétlés és alapfeladatok.	Százalékszámítási alapfogalmak gyakorlása.	Százalékszámítás fogalmai.
19	Százalék mindenütt	Százalékszámítás a hétköznapi életben. Gyakorlati alkalmazások.	Szövegértés, gyakorlati problémákban a százalékszámítás alkalmazása. Annak felismerése, mikor mi a 100%.	Bruttó és nettó ár, adózás.
20	Hatványozás	A hatványozás definíciója.	Hatványokkal leírt számok értelmezése, számolási rutin fejlesztése.	Hatványozás azonosításai.
21	Egész kitevőjű hatványok	Pozitív és negatív egész a kitevőben. Közöséges tört hatványozása. Számolás hatványokkal, a hatványozás azonosságai.	Hatványokkal leírt számok értelmezése, számolási rutin fejlesztése.	Hatványozás azonosításai egész kitevők esetén.
22	Gyakorlás			
23	Számok normálalakja	Számok normálalakjának meghatározása, számolás normálalakokkal.	Normálalakban leírt számok értelmezése, 'kicsi és nagy' számok jelentése, zsebszámológép használata.	Számok normálalakja.

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
24	Segít a számológép	Gyakorlati számítások, más szakterületről hozott normálalakos példákkal.	Szövegértés, normálalakban leírt számok értelmezése, zsebszámológép használata.	Számolás normálalakkal: gyakorlati számítások.
25	Számolás normálalakkal	Gyakorlati számítások, más szakterületről hozott normálalakos példákkal.	Szövegértés, normálalakban leírt számok értelmezése, zsebszámológép használata.	Számolás normálalakkal: gyakorlati számítások.
26	Kamatos kamat	Kamat és kamatos kamat, értékcsökkenés kiszámítása, gyakorlás.	Pénzügyi hirdetések és szövegek megértése, pénzügyi ajánlatok kiszámítása és összehasonlítása.	Kamat és kamatos kamat fogalma, értékcsökkenés.
27	Osztó, többszörös	„Osztó, többszörös fogalmának és számolásának ismételése és rendszerezése. Prímszám és összetett szám fogalma; a számelmélet alaptétele”	Egész számok világával való ismerkedés, játékoság.	Osztó, többszörös; prímszám és összetett szám; a számelmélet alaptétele.
28	Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös.	Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös számolása.	Egész számok világában való jártasság.	Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prím.
29	Oszthatósági feladatok	Oszthatósági feladatok és állítások, csoportmunkában.	Egész számok világában való jártasság, csoportmunka, állítások igazságtartalmának felismerése.	
30	Számrendszerek I.	Számrendszer fogalma, átváltások tízes számrendszerből és vissza.	Számrendszerek megértése.	Számrendszer fogalma.
31	Számrendszerek II.	„Számrendszerek közötti »átjárás« gyakorlása”.	Számrendszerek megértése.	
32	Gyakorlás, tudáspróba			
33	Témazáró dolgozat			
34	A sík geometriája	Tájékozódás a síkon: térelemek, szögek és szögpárok felismerése (ismételés és rendszerezés).	Térlátás fejlesztése: szögpárok megtalálása alakzatokban.	Térelemek, szögek és szögpárok a síkon.
35	Pitagorasz tétele	Pitagorasz-tételhez kapcsolódó számítások.	Tétel értelmezése és alkalmazása.	Pitagorasz-tétel és megfordítása. Ráadás: a tétel és megfordításának bizonyítása.

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
36	Különleges derékszögű háromszögek	Egyenlő szárú, illetve 30–60°-os derékszögű háromszög felismerése alakzatokban, ezek eredeztetése négyzetből és szabályos háromszögből, ezekhez kapcsolódó számítások.	Térlet fejlesztése: különleges háromszögek megtalálása alakzatokban, azok részeként.	
37	Távolságok	Síkbeli távolságok azonosítása és számítása.	Térlet fejlesztése: távolságok megtalálása alakzatokban.	Távolságok a síkban: két pont, pont és egyenes, két egyenes távolsága.
38	A kör	A kör és a kör részeiről tanultak ismétlése és rendszerezése, kiegészítése. Érintőhöz kapcsolódó derékszögű háromszögek megtalálása, és ehhez kapcsolódó számítások.	Térlet, geometriai látás fejlesztése. Derékszögű háromszögek megtalálása körös alakzatokban.	A kör és a kör részei. Érintők, külső pontból érintő. Koncentrikus körök fogalma.
39	Háromszögek kerülete és területe	Háromszögek kerületének és területének számolása.	Terület fogalmának megerősítése, számolások, térlet, alakzat hogy áll össze háromszögekből.	Háromszögek kerülete és területe. Ráadás: bizonyítás, Héron-képlet, félkerületű képlet.
40	Nevezetes négyszögek területe	Nevezetes négyszögek azonosítása és területének számítása.	Térlet fejlesztése, nevezetes alakzatok megtalálása síkbeli és térbeli alakzatok részeként.	Paralelogramma, trapéz, deltoid és rombusz területe.
41	Ráadás: Kerület, terület és lakásfelújítás	Gyakorlás a kerület, terület, felszín, térfogat témakörében (csoportmunkában).	Eddig tanultak alkalmazása, csoportmunka.	Gyakorlás (kerület, terület, felszín, térfogat): lakásfelújítás (csoportmunkában).
42	Felszín- és térfogatszámítás	Testek és róluk tanultak ismétlése és rendszerezése, felszín és térfogat kiszámítása.	Térlet fejlesztése, nevezetes térbeli alakzatok megtalálása, felismerése, számítások.	Hasábok, gúla, felszíne és térfogata.
43	Henger, kúp és gömb	Testek és a róluk tanultak ismétlése és rendszerezése, felszín és térfogat kiszámítása.	Térlet fejlesztése, nevezetes térbeli alakzatok megtalálása, felismerése, számítások.	Forgáshengerek, forgáskúpok és gömb felszíne és térfogata.
44	Gyakorlás; tudáspróba			
45	Témazáró dolgozat			

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
46	Táblázatok	„Táblázatok olvasása; gyakorisági táblázat, relatív gyakorisági táblázat, adatsokaság táblázatba rendezése”	Táblázatok értelmezése.	Gyakorisági táblázat, relatív gyakorisági táblázat.
47	Diagramok	Diagramok készítése táblázat alapján és adatsokaságból.	Diagramok értelmezése.	Diagramok fajtái.
48	Számsokaságok statisztikai jellemzői.	Statisztikai jellemzők megismerése és számolása.	Statisztikai fogalmakkal való ismerkedés: melyik mit fejez ki és mit jellemez.	Átlag, módusz, medián és terjedelem, súlyozott számtani közép.
49	Osztályba sorolás, átlagok átlaga	Osztályba sorolás, osztályba sorolt elemek statisztikai jellemzői, átlagok átlaga számolása.	Statisztikai fogalmakkal való ismerkedés: melyik mit fejez ki és mit jellemez.	Osztályközépek, átlagok átlaga.
50	Változások ábrázolása	Hétköznapi események (változások) ábrázolása grafikonon, grafikonok elemzése és készítése.	Grafikon fogalmának kialakítása.	Grafikon fogalma, derékszögű koordináta-rendszer.
51	Ráadás: Grafikonok a mindennapokban	Gyakorlás: további hétköznapi események ábrázolása grafikonon, grafikonok elemzése és készítése.	Grafikon értelmezése, szövegértés.	
52	A függvény fogalma	Grafikonokból kiindulva a függvény fogalmának kialakítása, az ehhez kapcsolódó fogalmak tisztázása.	Függvény fogalmának elsajátítása.	Függvény fogalma, megadása, jelölések, függvény grafikonja.
53	Készítsünk grafikont!	Grafikonokból kiindulva a függvény fogalmának kialakítása, az ehhez kapcsolódó fogalmak tisztázása.	Függvény fogalmának elsajátítása.	Függvény fogalma, megadása, jelölések, függvény grafikonja, zérushely.
54	Az egyenes arányosság és a fordított arányosság függvénye	Az egyenes arányosság és a fordított arányosság függvényének azonosítása, használata.	Függvény használata.	Egyenes arányosság, fordított arányosság függvénye, szigorú monotonitás.
55	Egyenesek meredeksége	Egyenes meredekségének leolvasása, grafikonok elemzése.	Grafikonok használata, esetleg: számológépes függvényábrázolás.	Egyenesek meredeksége.
56	Lineáris függvények	Lineáris függvények ábrázolása, leolvasása, grafikonja.	Grafikonok használata, esetleg: számológépes függvényábrázolás.	Lineáris kapcsolat, lineáris függvény, elsőfokú függvény, egyenes arányosság.
57	Abszolútértékes-függvény	Abszolútértékes függvény grafikonja.	Függvények, grafikonok alkalmazása.	

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
58	Függvények jellemzése	Függvény vizsgálata, fogalma, a grafikon leolvasása.	Grafikonok és függvények alkalmazása, esetleg: számítógépes függvényábrázolás.	Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés.
59	Másodfokú függvények	Másodfokú függvények ábrázolása, leolvasása, grafikonja.	Grafikonok használata, esetleg: számítógépes függvényábrázolás.	Másodfokú függvény, parabola, tengelypont.
60	Szélsőértékek	Függvény minimumának és maximumának fogalma, létezik-e, leolvasása.	Grafikonok és függvények alkalmazása, esetleg: számítógépes függvényábrázolás.	Szélsőérték: minimum és maximum. Függvény abszolút értéke.
61	Négyzetgyökfüggvény	Ezen fogalmak kialakítása, zérushely leolvasása és számolása.	Grafikonok és függvények alkalmazása, esetleg: számítógépes függvényábrázolás.	„Négyzetgyökfüggvény; függvény zérushelye, értékészlete”.
62	A másodfokú függvény szélsőértéke	Szélsőérték meghatározása másodfokú függvények esetén.	Függvények alkalmazása, szövegértés.	
63	Gyakorlati feladatok	Gyakorlati feladatok megoldása függvényekkel.	Függvények alkalmazása, szövegértés.	
64	Abszolútértékes egyenletek	Abszolútértékes egyenletek megoldása grafikus módon.	Függvények, grafikonok alkalmazása.	
65	Gyakorlás; tudáspróba			
66	Témazáró dolgozat			
67	A betűk szerepe a számolásban	Több példa és képlet, melyben betűket használunk. Jelentésük általánosan és konkrét esetben.	Absztrakció erősítése: mit jelent egy betű egy kifejezésben.	Mit jelent(het) egy betű egy kifejezésben.
68	Számolás az algebrában	Számolás algebrai kifejezésekkel, egyszerűbb átalakítások, célszerű alakok.	Algebrai kifejezésekben való jártasság.	Algebrai kifejezések, egész kifejezés, egytagú és többtagú kifejezés, polinom, két szám összegének és különbségének négyzete.
69	Nevezetes szorzatok	Nevezetes azonosságok általános alakjának megértése és gyakorlása.	Algebrai kifejezésekben való jártasság.	Nevezetes azonosságok
70	Nevezetes szorzatok II.			
71	Szorzáttá alakítás I.	Nevezetes azonosságok felismerése és alkalmazása, szorzattá alakítás a segítségükkel.	Algebrai kifejezésekben való jártasság.	

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
72	Szorzáttá alakítás II.	Azonosságok alkalmazásának további gyakorlása az algebraiban és azon kívül is. Nehezebb algebrai átalakítások.	Algebrai kifejezésekben való jártasság, alkalmazásuk a matematika más területén.	
73	Egyenletek	Egyenletek megoldása, egyszerű egyenletre vezető szöveges feladatok megoldása.	Szövegértés, szöveges feladatból egyenlet felírása, egyenletmegoldási rutin fejlesztése.	Egyenlet, egyenletgyöke, mérlegelv.
74	Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz.	Szöveges feladatok, benne alaphalmaz, értelmezési tartomány és megoldáshalmaz meghatározása.	Szövegértés, szöveges feladatból egyenlet felírása, megoldási rutin fejlesztése.	Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz.
75	Problémamegoldás egyenletekkel	Szöveges feladatok további gyakorlása.	Szövegértés, szöveges feladatból egyenlet felírása, megoldási rutin fejlesztése.	
76	Egyenletek megoldása	„Szöveges feladatok megoldása egyenlettel és ’okoskodással’”.	Szövegértés, szöveges feladatból egyenlet felírása, megoldási rutin fejlesztése.	
77	Grafikus megoldások	Egyenlet grafikus megoldása, egyszerű egyenletrendszer és egyenlőtlenség grafikus megoldása.	Grafikon és egyenlet, grafikon és egyenlőtlenség összekapcsolása.	Egyenlet, egyenletrendszer, egyenlőtlenség és grafikon kapcsolata.
78	Egyenlőtlenségek	Egyenlőtlenségek átrendezése, algebrai és grafikus megoldások.	Megoldási rutin fejlesztése, grafikon és egyenlőtlenség összekapcsolása.	Mérlegelv az egyenlőtlenségek esetén.
79	Kisebb, nagyobb, egyenlő	Egyenlőtlenségek grafikus megoldása. Egyenlőtlenségre vezető szöveges feladatok. Egyszerű szorzattal és algebrai törttel felírt egyenlőtlenség megértése és grafikus megoldása.	„és’-sel és ’vagy’-gyal összekapcsolt állítások, szövegértés, szöveges feladatból egyenlőtlenség felírása, megoldási rutin fejlesztése”.	
80	Algebrai módszerek egyenletrendszerek megoldására	Egyenletrendszerek megoldása különböző módszerekkel.	Egyenletrendszer megoldási rutinjának fejlesztése.	Egyenletrendszer megoldási módszerei: egyenlő együtthatók módszere, behelyettesítő és összehasonlító módszer, új ismeretlen bevezetése. Ráadás: háromismeretlenes egyenletrendszer.

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
81	Egyenletrendszerek	Egyenletrendszer fogalma, szóveges feladatok.	Szövegértés: egyenletrendszer felírása szóveges feladatból.	Egyenletrendszer fogalma.
82	Régi idők matekja	Szóveges feladatok megoldása egyenletrendszerrel.	Szövegértés: egyenletrendszer felírása szóveges feladatból, megoldási rutin fejlesztése.	
83	Abszolútértékes egyenletek	Abszolútértékes egyenletek megoldása grafikus módon.	Függvények, grafikonok alkalmazása	
84	Gyakorlás	Gyakorlati problémák megoldása egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel.	Szövegértés: hosszabb szövegből matematikai feladat.	Ráadás: paraméteres egyenletrendszer.
85	Gyakorlás, tudáspróba			
86	Témazáró dolgozat			
87	Egybevágósági transzformációk a síkon	Ismétlés és rendszerezés az általános iskolai tanulmányok alapján: a sík egybevágósági transzformációi	Térlátás, geometriai látás fejlesztése, transzformációk azonosítása és felismerése.	Egybevágóság, a sík egybevágósági transzformációi (forgatás, tükrözések, eltolás).
88	Vektorok és az eltolás	Vektor fogalmának kialakítása. Egybevágósági transzformációk felismerése és szerkesztése.	Térlátás, geometriai látás fejlesztése, transzformációk azonosítása és felismerése.	Vektor, egyenlő és ellentett vektorok.
89	Tengelyes tükrözés	A tengelyes transzformáció felismerése és szerkesztése.	Térlátás, geometriai látás fejlesztése.	
90	Ráadás: Egybevágósági transzformációk a gyakorlatban	Érdekes gyakorlati problémák során az egybevágósági transzformáció felismerése és követése, gyakorlati alkalmazások.	Térlátás, geometriai látás fejlesztése, transzformációk azonosítása és felismerése. Esetleg: számítógépes feladatmegoldás.	Ráadás: további térbeli egybevágósági transzformációk: eltolás, tükrözés síkra.
91	Gyakorlás			
92	Ráadás: Szimmetriák	Szimmetriák felismerése	Térlátás, geometriai látás fejlesztése, transzformációk azonosítása és felismerése.	Középpontos és forgásszimmetria.

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
93	Általános és szimmetrikus háromszögek	Háromszögekről tanultak ismétlése és rendszerezése, kiegészítése (háromszög – egyenlőtlenségek, szögösszegek, tengelyesen szimmetrikus és szabályos háromszög oldalai és szögei, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van és viszont). Ezekhez kapcsolódó számítások.	Térlátás, geometriai látás fejlesztése. Szimmetriák és szimmetrikus részek megtalálása alakzatokban.	Háromszög-egyenlőtlenségek. Tengelyesen szimmetrikus és szabályos háromszög. Nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van, és megfordítva.
94	Szimmetrikus négyszögek	Szimmetrikus négyszögekről tanultak ismétlése, rendszerezése és kiegészítése. Számítások (oldal-hosszak, távolságok, derékszögű részek azonosítása).	Térlátás, geometriai látás fejlesztése. Szimmetriák felismerése. Derékszögű részek megtalálása. Diszkutálás: van-e több megoldás.	Húrtrapéz, deltoid, paralelogramma, rombusz, téglalap, négyzet, tulajdonságai.
95	Gyakorlás			
96	Háromszögek nevezetes vonalai és pontjai I.	Oldalfelező merőlegesről, szögfelezőről és magasságról korábban tanultak ismétlése, rendszerezése és kiegészítése. Mikor esik kívül-belül.	Térlátás, geometriai látás fejlesztése. Diszkutálás. Esetleg: számítógépes ábrázolás, szerkesztés.	Háromszög nevezetes vonalai és nevezetes pontjai: oldalfelező merőleges, szögfelező, körülírt kör, beírt kör, magasság, magasságpont. Ráadás: a nevezetes pontokra vonatkozó tételek bizonyítása.
97	Háromszögek nevezetes vonalai és pontjai II.	Súlyvonalról, súlypontról, középvonalról korábban tanultak ismétlése, rendszerezése és kiegészítése. Ezek meghatározása és számolása háromszögekben.	Térlátás, geometriai látás fejlesztése. Esetleg: számítógépes ábrázolás, szerkesztés.	Háromszög nevezetes vonalai és nevezetes pontjai: súlyvonalak, súlypont, középvonalak. Ráadás: Euler-egyenes és Feuerbach-kör.
98	Thalész tétele	Thalész-tétel és a tétel megfordítása: a korábban tanultak ismétlése, rendszerezése, kiegészítése. Alkalmazása geometriai problémákban, szerkesztéseknél, számításoknál.	Térlátás, geometriai látás fejlesztése. Fel-tétel és állítás, tétel megfordításának logikai jelentése. Esetleg: számítógépes ábrázolás, szerkesztés.	Thalész-tétel és a tétel megfordítása. Fel-tétel és állítás. Ráadás: bizonyítás.

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
99	A Thalész-tétel alkalmazásai	Thalész-tétel alkalmazása sokszögekben, metsző körök esetén, számításokban.	Térlátás, geometriai látás fejlesztése. Derékszögű részek és berajzolható Thalész-körök megtalálása és alkalmazása.	
100	Sokszögek és körök	Húrsokszögek és érintősokszögek. Ezekben már ismert részek megtalálása. Számítások.	Térlátás, geometriai látás fejlesztése. Alakzatokat hogyan érdemes részekre vágni, hogy könnyebben számolható részek keletkezzenek? Logikai állítások igazságtartalma.	Húrsokszög, érintősokszög. Érintőnéyszög tétele.
101	Gyakorlás	Gyakorlás. Sokszögekben a már ismert részek megtalálása, ezekhez kapcsolódó számítások.	Térlátás, geometriai látás fejlesztése. Alakzatokat hogyan érdemes részekre vágni, hogy könnyebben számolható részek keletkezzenek?	
102	Ráadás: Érdekes feladatok	Gyakorlati példában a sokszögekről tanultak alkalmazása. Bonyolult alaprajz értelmezése, ebben a már ismert részek megtalálása, ezekhez kapcsolódó számítások.	Térlátás, geometriai látás fejlesztése. Alakzatokat hogyan érdemes részekre vágni, hogy könnyebben számolható részek keletkezzenek?	
103	Gyakorlás; tudáspróba			
104	Témazáró dolgozat			
105	Ráadás: Játékok	Matematikai és logikai játékok.	Logika, játékoság.	

III.3.2. Tizedik osztályos tanmenet

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
1	Ráadás: Bevezető óra	A kilencedik osztályos tananyagra támaszkodva egy nyílt végű feladat megoldása, megbeszélése.	Szövegértés, gyakorlati problémák matematikai tartalmának felismerése, többféle leírásmód vizsgálata.	Paraméterek bevezetése, egyenletek felírása, gondolkodási módszerek.
2	Igaz vagy hamis	Bevezetés a matematikai logikába, állítások igazságtartalmának meghatározása.	Logikai kompetenciák, gondolkodási módszerek.	Állítások igazságtartalma.

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
3	Igaz vagy hamis? Foglalkozunk táblázatokkal!	Állítások igazságtartalmának vizsgálata, logikai táblázatok vizsgálata.	Logikai kompetenciák, gondolkodási módszerek	Logikai táblázatok.
4	Összetett állítások	Logikai műveletek, összetett állítások igazságtartalmának vizsgálata.	Logikai kompetenciák, gondolkodási módszerek.	ÉS, VAGY, tagadás logikai műveletek. Ráadás: implikáció, ekvivalencia, kizáró vagy.
5	Vagy-művelet, És-művelet nyitott mondatok esetében	A logikai műveletek és a halmazműveletek összekapcsolása, logikai nyitott mondatok megoldása.	Halmazműveletek, logikai kompetenciák, gondolkodási módszerek.	Halmazműveletek, logikai műveletek, nyitott mondatok.
6	Gyakorlás, tudáspróba			
7	Témazáró dolgozat			
8	Átlag, számtani közép	Az átlag és a számtani közép fogalmának elsajátítása, alkalmazása.	Műveleti kompetenciák, szövegértés.	Átlag, számtani közép.
9	Számtani közép, mértani közép	A tanuló ismerje és alkalmazni tudja a számtani és mértani közép fogalmát szöveges és gyakorlati feladatokban.	Műveleti kompetenciák, szövegértés.	Számtani közép, mértani közép.
10	Változások	A számtani és mértani közép tulajdonságai alapján sorozatok felírása és vizsgálata gyakorlati feladatokban.	Műveleti kompetenciák, szövegértés.	Számtani közép, mértani közép.
11	A gyökvonás azonosságai	Négyzetgyökös azonosságok megismerése, műveletek négyzetgyökkel.	Műveleti kompetenciák.	Négyzetgyök, négyzetgyökös azonosságok.
12	Négyzetgyökös feladatok	Műveletek négyzetgyökkel, a korábban tanultak elmélyítése.	Műveleti kompetenciák.	Négyzetgyök, négyzetgyökös azonosságok.
13	Gyakorlás			
14	Tudáspróba			
15	Témazáró dolgozat			
16	Háromszögek egybevágóságának alapjai	Háromszög-egybevágóságok átismétlése, alkalmazása.	Geometriai kompetenciák, szövegértés.	Háromszögek egybevágósága.
17	Egybevágó háromszögek	Térgeometriai problémák felismerése, átlátása, megoldása. Pont távolsága síktól, derékszögű háromszögek a térben.	Geometriai kompetenciák, szövegértés, térlátás.	Merőlegesség, pont és sík távolsága.

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
18	Magasságtétel, befogótétel	A tanuló ismerje meg és alkalmazni is tudja a derékszögű háromszögekre vonatkozó befogó- és magasságtételt. A tételek bizonyítását az alkalmazásukon keresztül ismerjük meg.	Szövegértés, geometriai kompetenciák.	Pitagorasz-tétel, magasságtétel, befogótétel.
19	Mértani közép a geometriában	A korábban tanult tételek alkalmazásával geometriai, szerkesztési problémák megoldása.	Geometriai kompetenciák, térlátás.	Pitagorasz-tétel, magasságtétel, befogótétel, szerkesztés.
20	Gyakorlás	Csoportmunkában dolgozzuk fel az eddig tanultakat.	A fentebb sorolt kompetenciák, együttműködés, csoportmunka.	A korábban tanult matematikai fogalmak.
21	Középponti szög, körív, körcikk	A tanulók gyakorlati példákon keresztül fedezzék fel a középponti szögek, körívek és körcikkek közötti összefüggéseket.	Geometriai kompetenciák, szövegértés.	Kör, körcikk, körív, középponti szög, valószínűség, geometriai valószínűség.
22	Gyakorlás	Az előző órán tapasztalt összefüggések rendszerezése és alkalmazása gyakorlati feladatokban.	Szövegértés, geometriai kompetenciák.	Kör, körcikk, körív, középponti szög.
23	Körívek, körcikkek a mindennapokban	A tanult összefüggések alkalmazása gyakorlati feladatokban.	Geometriai kompetenciák.	Kör, körcikk, körív, középponti szög.
24	Ismétlés	A korábban tanultak rendszerezése, összefoglalása, gyakorlás.		
25	Tudáspróba			
26	Témazáró dolgozat			
27	Függvények egy-egy konkrét problémához	A tavaly tanultak áismétlése, egy gyakorlati feladat alapján függvény-modell felvétele és vizsgálata.	Csoportmunka, szövegértés, modellezési kompetenciák.	Függvények, függvénytranszformációk, szélsőérték, monotonitás.
28	Amit már tanultunk a függvényekről	A függvényekről tanultak áismétlése.	Rendszerezés, logika.	Függvények, függvénytulajdonságok, függvénytranszformációk.
29	A függvények jellemzői	A tavaly tanultak áismétlése, egy gyakorlati feladat alapján függvény-modell felvétele és vizsgálata.	Csoportmunka, szövegértés, modellezési kompetenciák.	Függvények, függvénytranszformációk, szélsőérték, monotonitás.

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
30	„Fel”-„le”, „jobbra”- „balra”	A függvény- transzformációkról a korábbi órákon tanul- tak alkalmazása más- sodfokú függvénye- ken és abszolútérték- függvényen.		Függvény- transzformációk (el- tolás).
31	„soványabb”, „kövé- rebb”	Függvény- transzformációk al- kalmazása gyakorlati példákon.		Függvény- transzformációk (ten- gelyes affinitás); rá- adás: parabola, lánc- görbe.
32	Összetett függvény- transzformációk	Az eddigiek rendsze- rezése, alkalmazása összetett feladatok- ban.		Függvény- transzformációk
33	Másodfokú függvé- nyek	Másodfokú függvé- nyek ábrázolása, tu- lajdonságaik vizsgá- lata.		Másodfokú függvény, szélsőérték, para- bola, zérus hely, mo- notonitás.
34	Másodfokú függvény ábrázolása	Másodfokú függvé- nyek szélsőértékének vizsgálata szöveges feladat alapján. Az eddigiek alkalmazása összetett feladatok- ban.	Szövegértés.	Másodfokú függvény, szélsőérték, para- bola, zérus hely, mo- notonitás.
35	Gyakorlás, alkalma- zás.	Az eddigiek rendsze- rezése, alkalmazása gyakorlati, modelle- zési feladatokban.	Szövegértés, model- lezési kompetenciák.	
36	Tudáspróba			
37	Témazáró dolgozat			
38	Egyenletek, algebrai átalakítások	A tanuló ismerkedjen meg olyan másod- fokú egyenletekkel, melyek a teljes négy- zetté alakítás mód- szerével megoldha- tók.	Algebrai kompeten- ciák, szövegértés.	Teljes négyzetté ala- kítás, másodfokú egyenlet.
39	A másodfokú egyen- let megoldóképlete	A tanuló ismerje meg és használni is tudja a másodfokú egyenlet megoldóképletét al- gebrai problémák- ban. Képes legyen a számológépének se- gítségével is másod- fokú egyenletek meg- oldására.	Műveleti, algebrai kompetenciák.	Másodfokú egyenlet megoldóképlete.

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
40	Alkalmazzuk a megoldóképletet!	Egyszerű szöveges feladatok vizsgálata és megoldása másodfokú egyenlet segítségével.	Műveleti, algebrai kompetenciák, szövegértés.	Másodfokú egyenlet megoldóképlete.
41	Diszkrimináns	A másodfokú egyenlet diszkriminánsának vizsgálatával a tanuló képes legyen meghatározni a gyökök számát.	Műveleti, algebrai kompetenciák.	Diszkrimináns.
42	Polinom gyöktényező alakja	Másodfokú polinomok felírása gyöktényező alakban, másodfokú egyenletek megoldása szorzattá alakítással.	Műveleti, algebrai kompetenciák.	Polinom, gyöktényező alak; Viète-formulák.
43	Ráadás: Alkalmazzuk a Viète-formulákat!	Másodfokú egyenletek megoldása a Viète-formulák segítségével.	Műveleti, algebrai kompetenciák.	
44	Csoportverseny	Az eddigiek rendszerezése, gyakorlása csoportverseny formájában.	Csoportmunka.	Kiegészítő anyag: paraméteres egyenletek.
45	Szöveges feladatok geometriáról	Másodfokú egyenlet alkalmazása geometriafeladatokban.	Műveleti, algebrai kompetenciák, szövegértés.	
46	Szöveges feladatok mozgásokról és törtekről	Másodfokú egyenlet alkalmazása fizikai és algebrai szöveges feladatokban.	Műveleti, algebrai kompetenciák, szövegértés.	
47	Szöveges feladatok	Egy modellezési feladat vizsgálata és kiértékelése, szöveges feladatok gyakorlása.	Műveleti, algebrai kompetenciák, szövegértés, modellezési kompetenciák.	
48	Szöveges feladatok munkavégzésről és pénzügyekről	Másodfokú egyenlet alkalmazása kamatszámításos, százalékszámításos feladatokban.	Műveleti, algebrai kompetenciák, szövegértés.	Kamat, százalék.
49	Ekvivalens egyenletek	Törtegyenletek megoldásának gyakorlása, az eddig tanultak elmélyítése.	Műveleti, algebrai kompetenciák.	Ekvivalens egyenletek, következményegyenlet.
50	Gyökös egyenletek	Gyökös egyenletek megoldásszámának vizsgálata és megoldása.	Műveleti, algebrai kompetenciák.	Ekvivalens egyenletek, következményegyenlet.
51	Ráadás: Laboratóriumi fejlesztések	Az eddigiek gyakorlása egy összetett modellezési feladaton keresztül.	Műveleti, algebrai kompetenciák, szövegértés, modellezési kompetenciák.	

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
52	Gyakorlás, tudás-próba			
53	Témazáró dolgozat			
54	Két vektor helyett egy	A vektor gyakorlati haszna, alkalmazása a matematika más területein.	A matematika különböző területeinek összekötése, átlátása.	Vektor (ismétlés 9.-ből).
55	Vektorok összeadása	A vektorösszeadás begyakorlása többféle feladaton keresztül.	Vektoros szemlélet elmélyítése, geometriai látásmód fejlesztése.	Két vektor összeadása két módszerrel, az összeadás kommutativitása.
56	Két vektor különbsége	Vektorok különbsége többféle feladaton keresztül.	Vektoros szemlélet elmélyítése, geometriai látásmód fejlesztése.	Két vektor különbsége, ráadás: különbség és változás.
57	Vektor számszorosa	A művelet begyakorlása többféle feladaton keresztül.	Vektoros szemlélet elmélyítése, geometriai látásmód fejlesztése.	Vektor számszorosa; ráadás: különös művelet, fizika.
58	Vektor felbontása összetevőkre	A vektorfelbontás begyakorlása többféle feladaton keresztül.	Vektoros szemlélet elmélyítése, geometriai látásmód fejlesztése.	Fizikai alkalmazás.
59	Bázisvektorok	Vektoros tájékozódás a koordináta-rendszerben.	A koordináta-rendszer új megközelítése, közelítés a koordináta-geometriához.	Bázisvektorok, bázisrendszer, ráadás: autóversenyes vektoros játék.
60	Párhuzamos egyenesek	A párhuzamos szelők tételének előkészítése rávezető feladatokkal.	Bizonyítási, érvelési készség.	A párhuzamos szelők tételének előkészítése.
61	Párhuzamos szelők tétele	Szakasz felosztása adott arányú részekre, aranymetszés.	Szerkesztési tudás, bizonyítási, érvelési készség.	A párhuzamos szelők tétele.
62	Középpontos nagyítás, kicsinyítés	A transzformáció gyakorlása szerkesztési feladatokon keresztül.	Szerkesztési készség.	Középpontos nagyítás, kicsinyítés tulajdonságai; kiegészítő anyag: beírt négyszög.
63	Középpontos hasonlóság	A transzformáció gyakorlása szerkesztési feladatokon keresztül.	Szerkesztési készség, geometriai látásmód elmélyítése.	Középpontos hasonlóság.
64	Hasonlóság	Sík- és térgeometriai feladatok hasonlóságra.	Szerkesztési készség, geometriai látásmód elmélyítése.	Hasonlóság; kerület, terület, térfogat, arányok; kiegészítő anyag: hasonlósági transzformáció.
65	Ráadás: Mit mutat a tervrajz?	Alkalmazás egyetlen példán keresztül.	Átfogó, részletekre figyelő látásmód.	

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
66	Alkalmazzuk a hasonlóságot!	Gyakorlati alkalmazás (tervrajz, térkép stb.).	Az elmélet és a hétköznapi tapasztalat összekötése.	Ráadás: Thalész mód-szere távolságmérésre.
67	Háromszögek hasonlósága	Hasonlóság alkalmazása háromszögekre.	Háromszögek ismerete.	Háromszögek hasonlósági alapesetei.
68	Háromszög középvonalai és súlyvonalai	Hasonlóság alkalmazása háromszögekre.	Háromszögek ismerete.	Háromszög középvonalai és súlyvonalai; kiegészítő anyag: a számmal való szorzás disztributív, vektorösszeadásra nézve, átfogó- és befogótétel.
69	Gyakorlás	Hasonlóság alkalmazása négyszögekre.	Háromszögek, nevezetesen négyszögek ismerete, geometriai látásmód elmélyítése, szociális kompetenciák.	Ráadás: négyszögek oldalfelező pontjai.
70	Hasonló síkidomok és testek	További feladatok sokszögekre, térbeli alakzatokra.	Térgeometriai látásmód elmélyítése, szociális kompetenciák.	
71	Ráadás: Szépség és művészet	Az aranymetszés felismerése és alkalmazása	Matematika és a művészetek.	Aranymetszés, művészeti kitekintés.
72	Szögek ívmértéke	Az új mértékegység bevezetése, gyakorlása.	Kétféle megközelítés ekvivalenciája, nyitottság a szokatlanra.	Szögek ívmértéke.
73	Szögek fokban és radiánban	A két mértékegység közti átváltás gyakorlása, körív és körívk számítása.	Körgeometriai látásmód fejlesztése.	1 radián, körív hossza, körívk területe, átváltás.
74	Gyakorlás	Az eddigiek gyakorlása.	Összefoglaló rendszerzés.	Ráadás: camera obscura.
75	Ismétlés, gyakorlás	Az eddigiek gyakorlása, ismétlése.	Összefoglaló rendszerzés.	
76	Tudáspróba			
77	Témazáró dolgozat			
78	Hegyesszög tangense	A hasonlóság gyakorlati alkalmazása, a tangens bevezetése.	Táblázat, geometriai alakzat, szöveg adatainak használata.	Hegyesszögek tangense.
79	Számolás szögek tangensével	Tangens alkalmazása/használata számológéppel. Szögből tangens és viszont, pontosság.	Számológép-használat.	Tangens a számológéppel, ráadás: a függvénytáblázattal.
80	Régi feladatok más-képp	Gyakorlás, korábbi feladatok másképp, bővebben.	Geometriai ábrák „olvasása”, szövegek geometriai értelmezése.	

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
81	Tangens a tengeren	Gyakorlás életből vett példákon keresztül, kiegészítő anyag a látószögműködésre vonatkozóan, trigonometrikus egyenletre kitekintés.	Szövegértés, megoldási rutin fejlesztése.	Kotangens, pótszögek tangense és kotangense közti összefüggés.
82	Hegyszög szinusza, koszinusza	A szögfüggvények rutinszerű alkalmazása geometriai alakzatokon és szöveges feladatokon keresztül.	Geometriai ábrák „olvasása”, szövegek geometriai értelmezése.	
83	Gyakorlás	Gyakorlás, életből vett példákon keresztül.	Szövegértés, táblázat-használat.	
84	Hosszúságok és szögek kiszámítása	Gyakorlás speciális geometriai alakzatokon keresztül.	Geometriai ábrák „olvasása”, szövegek geometriai értelmezése.	
85	Nevezetes szögek szögfüggvényei	Nevezetes alakzatok szögei és azok szögfüggvényei, kompetenciamérési feladatok.	Geometriai ábrák „olvasása”, szövegek geometriai értelmezése.	Nevezetes szögek szögfüggvényei.
86	Új területképlet	Különböző (szabályos és szabálytalan) alakzatok területe.	Geometriai ábrák „olvasása”, szövegek geometriai értelmezése, becslés.	Színusz területképlet.
87	Hajlásszögek	A tanultak alkalmazása térgeometriai problémákon.	Szövegértés, térkép, térbeli tájékozódás.	Egyenes és sík hajlásszöge; kiegészítő anyag: a színusz területképlet bizonyítása.
88	Ráadás: Milyen magas a torony?	Gyakorlás, a tanultak alkalmazása.	Geometriai ábrák „olvasása”, szövegek geometriai értelmezése, térkép.	
89	Gyakorlás	Gyakorlás, a tanultak alkalmazása.	Geometriai ábrák „olvasása”, szövegek geometriai értelmezése, térkép.	
90	Gyakorlás, tudáspróba			
91	Témazáró dolgozat			
92	Egyenlőtlenségek	Az egyenlőtlenségekről tanultak felidézése.	Egyenlőtlenségek rendezése.	Mérlegelv egyenlőtlenségekre; ráadás, kiegészítő anyag: különböző megoldási módszerek.
93	Másodfokú egyenlőtlenségek	Egyenlőtlenségek és a másodfokú függvények összekapcsolása.	Különböző területek összekötése, együttes alkalmazása.	Másodfokú függvények ábrázolása.

Óraszám	Az óra témája (tankönyvi lecke)	Célok, feladatok	Fejlesztési terület	Ismeretanyag
94	Gyakorlás	Egyenlőtlenségek és a másodfokú függvények összekapcsolása.	Különböző területek összekötése, együttes alkalmazása.	Másodfokú függvények ábrázolása.
95	Ráadás: Más módszerekkel is dolgozhattunk	Különböző megoldási módszerek közötti választás lehetősége.	Logika, algebrai alapok.	Teljes négyzetté, szorzattá alakítás, illetve grafikus módszer.
96	Új ismeretlen bevezetése	Új ismeretlen bevezetése, mint egyedi módszer.	Algebrai kompetenciák.	Ráadás: nehezebb feladatok.
97	Egyenletrendszerek a geometriában I.	Egyenletrendszerek geometriai származtatása.	Modellalkotás, szövegértés, algebrai kompetenciák.	Másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer.
98	Egyenletrendszerek a geometriában II.	Egyenletrendszerek geometriai származtatása.	Modellalkotás, szövegértés, algebrai kompetenciák.	Másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer.
99	Egyenletrendszerek kétjegyű számokról	Számjegyek felcserélésével kapott újabb számok.	Algebrai kompetenciák.	
100	Ráadás: Egyedi módszerek	Szöveges feladatok megoldása.	Modellalkotás, szövegértés, algebrai kompetenciák.	Ráadás: négyzetgyökös egyenlőtlenségek.
101	Gyakorlás	Korábbi érettségi feladatok megoldása, közép- és emelt szinten.	Modellalkotás, szövegértés, algebrai kompetenciák.	
102	Érettségi feladatok	Korábbi érettségi feladatok megoldása, közép- és emelt szinten.	Modellalkotás, szövegértés, algebrai kompetenciák.	
103	Csoportverseny	A fejezet játékos összefoglalása és rendszerezése csoportmunkában.	Algebrai és szociális kompetenciák.	
104	Gyakorlás, tudáspróba			
105	Témazáró dolgozat			
106	Ráadás: Matematikai fejtörők			